

Egenfrekvenser hos kam- och vevaxlar

Sammanställning av mätdata

Kim Achrén

Examensarbete för ingenjörsexamen

Utbildningsprogrammet för maskin- och produktionsteknik

VASA, 2017



EXAMENSARBETE

Författare: Kim Achrén

Utbildning och ort: Utbildningsprogrammet för maskin- och produktionsteknik

Inriktningsalternativ: Konstruktion

Handledare: Kaj Rintanen, Claus Paro

Titel: Egenfrekvenser hos kam- och vevaxlar

Datum 2.4.2017

Sidantal 30

Bilagor 2

Abstrakt

Det här examensarbetet på uppdrag av Wärtsilä Finland Oy. Uppgiften var att gå genom rapporter från tidigare mätningar och torsionssvängningar i kam- och vevaxlar och sammanställa data för att möjliggöra jämförelse mellan olika motorer. Utgående från det sammanställda datat skulle tabeller över kamaxlarnas egenfrekvenser samt deras mest framträdande frekvenser i spektrat göras upp.

Resultatet av detta arbete är en Excel-baserad databas innehållande egenfrekvenser samt maximala amplituder, RMS-värden och dominerande frekvenser samt deras amplituder hos axlarna. Arbetet omfattar också grundläggande teori kring torsionssvängningar samt metoder för att uppskatta egenfrekvenser hos enkla axelsystem.

Språk: svenska

Nyckelord: egenfrekvens, torsionsvibrationer, kamaxel, vevaxel

BACHELOR'S THESIS

Author: Kim Achrén

Degree Programme:

Educational Programme for Mechanical and Production Engineering

Specialization: Mechanical Construction Engineering

Supervisors: Kaj Rintanen, Claus Paro

Title: Natural frequencies of cam- and crankshafts

Date April 2nd, 2017

Pages 30

Appendices 2

Abstract

This bachelor's thesis is done on the request of Wärtsilä Finland Oy. The task was to gather data on torsional vibrations from measurement reports and compile it into a database, which would make cross checking between engines easier. Tables containing natural frequencies and most dominant response frequencies of the shafts would then be put together.

The outcome of this work is an Excel based database containing natural frequencies of the shafts along with their respective peak-to-peak and RMS-values as well as the three most dominating response frequencies and their amplitudes. The thesis also explains the most basic theory of torsional vibrations and methods to estimate natural frequencies for simple shafting systems.

Language: Swedish

Key words: Torsional vibrations, natural frequency, camshaft, crankshaft

Innehållsförteckning

1	Inledning.....	1
1.1	Företaget.....	1
1.2	Syfte	1
1.3	Problemformulering	1
1.4	Avgränsning.....	2
1.5	Disposition	2
2	Teori	3
2.1	Vad är vibrationer?.....	3
2.2	Vridstyvhet	4
2.3	Omräkning skjuvspänning – förvridning – vridmoment	5
2.4	Masströghetsmoment.....	5
2.5	Egenfrekvens.....	6
2.6	Frihetsgrad.....	7
2.7	Allmänt om torsionssvängningar	7
2.8	Masselastiskt diagram	8
2.9	Rörelseekvationen	9
2.9.1	Enligt Newtons andra lag	9
2.9.2	Energimetoden	9
2.9.3	System med en frihetsgrad	10
2.9.4	System med flera frihetsgrader.....	11
2.10	Dämpning.....	12
2.11	Holzer’s metod	14
2.12	Resonans	16
2.13	Noder och svängningsformer	16
2.14	Ordningar	18
2.15	Exciteringar	18
2.15.1	Krafter på vevaxeln	18
2.15.2	Krafter på kamaxeln.....	19
2.15.3	Exciteringar från kugghjul	20
2.16	Respons.....	20
2.17	Beating	21
2.18	Dämpade system och olika typer av dämpare.....	21
2.18.1	Massadämpare	21
2.18.2	Elastiska dämpare.....	22
2.18.3	Viskösa dämpare	22
2.18.4	Viskoelastiska dämpare.....	23

2.19	Mätningar.....	23
2.19.1	Mätmetoder.....	23
2.19.2	Tandhjul och pulsgivare.....	23
2.19.3	Töjningsgivare.....	24
3	Resultat.....	25
3.1	Databas.....	25
3.2	Tabeller över egenfrekvenser och dominerande frekvenser.....	26
3.3	Betydelsen av exciteringens läge.....	26
3.4	Beating-liknande fenomen i kamaxlarna.....	26
4	Diskussion.....	29
5	Källförteckning.....	30

Bilageförteckning

Bilaga 1: Tabell över starkaste ordningarna

Bilaga 2: Tabell över egenfrekvenser

1 Inledning

Detta kapitel leder in läsaren på vad detta examensarbete handlar om. Här berättas om bakgrunden till uppgiften samt uppdragsgivaren. Arbetets omfattning begränsas också här.

1.1 Företaget

Wärtsilä Oyj Abp är ett industriföretag inom Wärtsiläkoncernen, grundat 1834. Företaget med en omsättning på 5 miljarder euro (2015) har idag ca. 18 800 anställda runtom i världen och levererar kraftverkslösningar för allt från basbelastning till toppbelastning, skräddarsydda propulsionslösningar för fartygsindustrin samt service- och supportlösningar, varav de sistnämnda står för nästan hälften av omsättningen. (Detta är Wärtsilä)

1.2 Syfte

Huvudsyftet med detta examensarbete var att sammanställa mätdata i form av egenfrekvenser och amplitudtoppar från tidigare utförda mätningar av torsionssvängningar i kam- och vevaxlar så att dessa finns tillgängliga och i fortsättningen kan utökas med nya mätningar. Ett delsyfte var också att gå genom mätningarna och försöka hitta egenskaper som utmärker någon viss motor och analysera dessa.

1.3 Problemformulering

Genom åren har ett stort antal mätningar av torsionssvängningar i såväl vevaxel som kamaxlar gjorts på olika motorer. Dessa har rapporterats och blivit lagrade i en stor mapphierarki där varje mätning ligger i sin egna undermapp bland många andra. Svårigheter finns att få någon klar överblick på dessa mätningar och att se likheter och koppla samman vissa egenskaper mellan olika motorer och deras varierande utrustningar. Därför behövs lättillgängliga informationskällor i form av tabeller där dessa tydligt framkommer.

1.4 Avgränsning

I detta examensarbete behandlas de motorer som mätdata fanns tillgängliga för vid tidpunkten för uppgiften. Data om följande motorer kan hittas i databasen som gjorts:

- W6L32
- W6L32E
- W8L32E
- W9L32
- W9L32D
- W9L32E
- W12V32
- W12V32E
- W16V32E
- W20V32C
- W20V32E
- W20V32F
- W12V34DF
- W20V34DF
- W20V34SG
- W8V31D
- W10V31DF
- W10V31SG

1.5 Disposition

Kap.1: Detta kapitel introducerar läsaren till syftet med detta arbete samt dess omfattning.

Kap.2: Innehåller grundläggande teori kring vibrationer i allmänhet och torsionsvibrationer i synnerhet. Enkla metoder för att uppskatta egenfrekvenser presenteras.

Kap.3: Resultatet av detta arbete presenteras.

Kap.4: Skribentens egen syn på arbetet och dess resultat.

Kap.5: Källförteckning.

Kap.6: Bilagor innehållande delar av resultatet.

2 Teori

I detta kapitel redogörs för grundläggande teori kring torsionssvängningar. Kapitlet börjar med att förklara vad vibrationer är samt hur de uppstår för att sedan gå över till fysikaliska egenskaper som påverkar svängningarna i en axel. Därefter redogörs för enkla beräknemetoder och till viss del deras härledning. Kapitlet innehåller också förklaringar kring de mest allmänna exciteringarna som förekommer i förbränningsmotorer samt avslutas med metoder för mätning av torsionssvängningar i en axel.

2.1 Vad är vibrationer?

Vibrationer kallas sådana rörelser som periodiskt eller slumpmässigt svänger kring ett visst jämviktsläge och som orsakas av att någon yttre kraft verkar eller verkar för att väcka (excitera) rörelsen. Vibrationer kan ta många olika former (mode shape) såsom t.ex. böjande, förlängande/förkortande och vridande. Den sistnämnda kallas för torsionsvibrationer eller -svängningar och behandlas i denna text.

Vibrationer orsakas av att en kraft får systemet att förskjutas från sitt jämviktsläge varpå energi lagras i form av potentiell energi p.g.a. styvhet. Då kraften upphör strävar systemet till att återgå till sitt jämviktsläge och den potentiella energin omvandlas till kinetisk energi. Då jämviktsläget nåtts har energin omvandlats och den kinetiska energin har sitt maximum. Systemet innehar tröghet (*Newton I*) och kommer att passera jämviktsläget. Den kinetiska energin omvandlas återigen till potentiell (fjäder-) energi. Ett system utan dämpning eller reducerande krafter kommer att fortsätta svänga på detta vis i oändlighet. (Kelly, 2000, s. 1)

Man kan skilja på fria och tvingade vibrationer, där den förstnämnda är en sådan svängning som sätts i rörelse och sedan får svänga fritt i sin egen takt. Tvingade vibrationer är vibrationer där rörelsen kontinuerligt hålls igång med en utomstående oscillerande kraft. Frekvensen med vilken systemet svänger bestäms av kraften. Om kraften helt eller delvis sammanfaller med någon av systemets egenfrekvenser kommer rörelsen att förstärkas genom resonansfenomen. En svängningsrörelse kan dessutom vara antingen dämpad eller odämpad. I en dämpad svängning förekommer krafter som t.ex. friktion, som verkar hämmande på rörelsen genom att föra bort en del av rörelseenergin. (Hibbeler, 2012, s. 631)

2.2 Vridstyvhet

Styvhet vid torsionssvängningar representeras av vridstyvheten hos en kropp. Vridstyvhet anger hur mycket vridmoment som krävs för en viss vinkelförskjutning och beror av materialets skjuvmodul, tvärsnittets polära yttröghetsmoment samt längd längs vridningsaxeln.

Vid vridning av en axel kommer skjuvspänningar att uppstå i axelns tvärsnitt. Dessa skjuvspänningar kommer att motverka vridmomentet på axeln och beror av vridmomentets storlek, avståndet till vridningsaxeln och den delyta den verkar på. Om $F = \tau A$ är varje delytas kraftbidrag $dF = \tau dA$ vilket ger upphov till ett delmoment, $dM = r dF = r\tau dA$. Delytan som spänns upp av båglängden på radien r och bredden t fås ur $dA = tr d\alpha$, där α är en vinkel i tvärsnittet.

$$dM = r\tau dA = r^2\tau t d\alpha \quad (1)$$

Skjuvvinkeln γ är proportionell mot vridvinkeln φ genom $\gamma = \varphi \frac{r}{L}$, där r är axelns radie och L dess längd. Hookes lag säger att $\tau = G\gamma$ vilket ger

$$\tau(r) = \frac{\varphi Gr}{L} \quad (2)$$

Uttryck 2 insatt i ekv. 1 blir

$$dM = \frac{\varphi G}{L} * tr^3 d\alpha$$

$$M = \int dM = \int_0^{2\pi} \frac{\varphi G}{L} * tr^3 d\alpha = 2\pi * \frac{\varphi G}{L} * tr^3 \quad (3)$$

Om man summerar momentbidragen från alla ringar med tjockleken t och låter $t = dr$ blir

$$M = \int dM = \int_0^R 2\pi * \frac{\varphi G}{L} * r^3 dr = \frac{\pi\varphi GR^4}{2L} \rightarrow$$

$$\varphi = \frac{M*L}{G * \frac{\pi*R^4}{2}} \text{ där } \frac{\pi*R^4}{2} = I_p \quad (4)$$

Då vridstyvheten k_v är vridmoment per vridvinkel blir

$$k_v = \frac{M}{\varphi} = M\varphi^{-1} = \frac{GI_p}{L} \left[\frac{Nm}{rad} \right] \quad (5)$$

(Ljung, Saabye, Ottosen & Ristinmaa, 2007)

2.3 Omräkning skjuvspänning – förvridning – vridmoment

Då en töjningsgivare används för att mäta torsionssvängningar i en axel erhålls en signal bestående av den mäta sektionens förvridning över tid. Denna säger dock ganska lite om de påfrestningar som uppstår i axeln. Därför räknar man ofta om denna förvridning till för tvärsnittet maximal skjuvspänning, alternativt det vridmoment som ger upphov till förvridningen.

$$T = \frac{\varphi * G * I_p}{l} \quad (6)$$

$$\tau = \frac{T}{W_v} = \frac{T}{\frac{I_p}{r}} = \frac{\varphi * G * r}{l} \quad (7)$$

$$T = \text{vridmoment [Nm]}, \quad \tau = \text{skjuvspänning [N/mm}^2\text{]}$$

(Ljung, Saabye, Ottosen & Ristinmaa, 2007)

2.4 Masströghetsmoment

Masströghetsmomentet hos en roterande kropp är trögheten att ändra rotationshastighet. Newtons första lag säger att en kropp i rörelse kommer att behålla sin hastighet och riktning om ingen yttre kraft verkar på den. Med andra ord krävs det en yttre kraft för att ändra rörelsen hos en kropp. Om man studerar en slumpmässigt vald partikel på en roterande kropp inser man att den har en rörelsemängd tangentialt till dess rotationscirkel. N:1 säger att det krävs en kraft för att ändra denna rörelsemängd, vilket i detta fall betyder ett vridmoment på axeln. Ju större avstånd till rotationsaxeln desto större vridmoment krävs för att åstadkomma en förändring i partikelns rörelsemängd. Kroppens totala masströghetsmoment fås genom att summera alla partiklars bidrag till tröghetsmomentet, förutsatt att deras rotationsaxlar sammanfaller. (Hibbeler, 2012, s. 262 – 264)

$$v = \omega r$$

$$mv = m\omega r$$

$$F = \frac{dv}{dt} m = \frac{d\omega}{dt} mr = \alpha mr$$

$$T = Fr \Rightarrow mr^2\alpha = J\alpha \quad (8)$$

Vridmomentet som krävs för att accelerera en partikel som roterar på ett visst avstånd från en rotationsaxel beror alltså på vinkelaccelerationen, α och masströghetsmomentet $J = mr^2$. I en rotationssymmetrisk kropp skrivs då summan av alla massors tröghetsmoment

$$J = \sum_n m_n r_n^2 \quad (9)$$

2.5 Egenfrekvens

Alla fysiska system har en eller flera sk. egenfrekvenser med vilken de "helst" vibrerar. Egenfrekvensen är en egenskap som beror av tröghet och styvhet, där trögheten motsvarar den massa som sätts i rörelse och styvheten är den kraft som behövs för att förskjuta massan ett visst mått.

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \omega_{nt} = \sqrt{\frac{k_v}{J}} \quad (10), (11)$$

Alla svängande system kan beskrivas med system av differentialekvationer, där antalet differentialekvationer motsvarar antalet frihetsgrader. Ett system med en frihetsgrad har alltså en enda diff.ekvation. Denna ekvation kan härledas genom olika angreppsmetoder - Newtons andra lag, där summan av alla krafter är noll, eller energiprincipen som säger att all energi bevaras i ett isolerat system. (Kelly, 2000, s. 18)

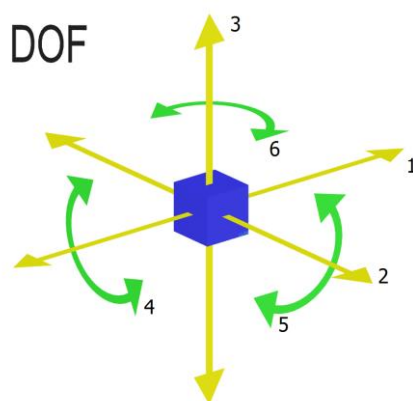
De egenfrekvenser som orsakas av torsionssvängningar kommer i frekvensspektrum att vara fördelade så att avståndet mellan de högre frekvenserna är ungefär lika stort med start från första egenfrekvensen. Detta eftersom en axel som vibrerar med *mode shape* av högre

ordning kommer att ha antal svängande områden motsvarande ordningen på *mode shape*. Man talar då om harmoniska multipler eller frekvenser.

(Diskussion med Manjunath Patil vid Wärtsilä, u.d.)

2.6 Frihetsgrad

Antal frihetsgrader i ett system beror av hur många riktningar dess beståndsdelar kan röra sig i. Varje delement har alltså tre translativa och tre rotativa frihetsgrader. Vid förenklade system med torsionssvängningar låser man de translativa samt två av de rotativa frihetsgraderna så att endast rotation kring axeln beaktas. I sådana fall är antalet frihetsgrader samma som antalet roterande massor, vilket betyder att en massa i ändan på en fast inspänd axel har en frihetsgrad, en massa i varje ända av en fritt upphängd axel har två frihetsgrader osv.



Figur 1. Frihetsgrader hos en kropp

2.7 Allmänt om torsionssvängningar

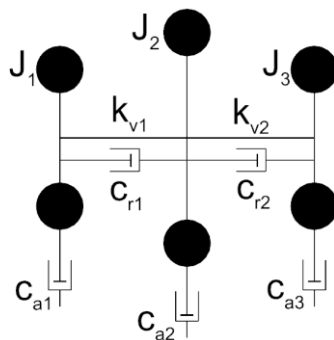
Torsionssvängningar förekommer i alla axelsystem som påverkas av exciterande moment. Om de inte är kontrollerade kan man i vissa fall få resonansproblem i axeln, vilket ger onödigt stora amplituder som sliter på mekaniken, orsakar buller och i värsta fall axelbrott. Därför kräver många "klassningsällskap" att man utför mätningar för att kunna verifiera att inga egenfrekvenser ligger i närheten av de exciterande frekvenserna som påverkar axeln. Man har också gjort upp standarder där det preciseras hur mätningarna bör utföras och inom vilka gränser vibrationerna bör ligga.

2.8 Masselastiskt diagram

I verkligheten har ett svängande system oändligt många frihetsgrader och är så gott som omöjliga att beräkna exakt. Mest exakta beräkningar uppnås med sk. finita element metoden. Men vid stora system kan denna metod vara tidsdryg både vid modellering och beräkning. För snabbare och enklare beräkningar av torsionssvängningar brukar man då reducera systemets komponenter till skivformade massor representerandes ekvivalenta masströghetsmoment och masslösa torsionsstavar som står för ekvivalenta vridstyvheten som sammankopplar massorna. Då man undersöker t.ex. en vevaxel låter man vanligtvis alla från en jämn axel avvikande delar som t.ex. vevslängar och svänghjul representeras av skivmassor medan jämntjocka delar såsom lagringsytor reduceras till masslösa styvheter. För noggrannare beräkningar kan man också beakta dämpning i systemet genom att placera sk. "dash-pots" mellan skivmassorna eller mellan skivmassa och "jord". "Dash-pots" är schematiska figurer i ett mass-elastiskt diagram som representerar ekvivalent viskös dämpning.

Antalet frihetsgrader i det förenklade systemet motsvaras av antalet skivmassor i diagrammet. Då komplexiteten i beräkningarna ökar med antal frihetsgrader kan det i vissa fall, speciellt vid förgrenade system, löna sig att reducera vissa delar till ekvivalenta "klumpmassor" och styvheter som då endast tillför en enda frihetsgrad var. T.ex. kan svängningarna i en kamaxel som drivs av vevaxeln genom en kugghjulsväxel antas påverka vevaxeln minimalt och då representeras i diagrammet av en klumpmassa.

Vid framtagning av ekvivalenta skivmassor och styvheter kan man i många fall behöva beakta styvheter (fjädrarnas) masströghetsmoment genom att analysera rörelsen axiellt genom fjädern. Genom integration kommer man fram till att fjäderns bidrag till varje skivmassa är en tredjedel av dess verkliga massa. (Kelly, 2000, s. 31 – 32)



Figur 2. Mass-elastiskt diagram över en axel med tre frihetsgrader. Diagrammet inkluderar förutom vridstyvheter och masströghetsmoment även absolut och relativ dämpning.

2.9 Rörelseekvationen

Rörelseekvationen är det grundläggande matematiska uttrycket som bestämmer rörelsen hos varje svängande kropp. För enkla system kan den härledas enligt två olika angreppssätt – Newtons andra lag eller energimetoden. Dessa två redogörs för nedan.

2.9.1 Enligt Newtons andra lag

Härledning av rörelseekvationerna enligt Newtons lagar går ut på att man för alla frihetsgrader hos en kropp i ett vibrerande system gör friläggningsdiagram över krafter (såväl externa som interna effektiva) som verkar på kroppen. Newtons andra lag säger att effektiva kraften som verkar på en kropp är vektorsumman av alla yttre krafter. Vid torsionssvängningar används moment istället för kraft. Detta ställs upp som en differentialekvation med externa momenten på ena sidan och effektiva summamomentet på andra sidan likhetstecknet. Därefter skrivs ekvationen om till *standardform* enl.:

$$J\ddot{\theta} + k_v\theta = 0 \quad (12)$$

(Kelly, 2000, s. 62 – 71)

2.9.2 Energimetoden

Energimetoden, även kallad Rayleigh's metod, bygger på antagande om energins bevarande i ett slutet system. Detta betyder alltså att man antar att ingen energi tillförs eller bortförs från systemet och därmed fungerar denna metod endast i sådana fall där man inte avser beakta dämpning, sk. konservativa system. Vid härledning genom energimetoden antas summan av totala kinetiska energi och totala potentialenergin i systemet vara konstant, vilket betyder att derivatan av systemets totala energi är noll. (Hibbeler, 2012, s. 645)

$$E_p + E_k = \text{konst.}$$

$$\frac{d}{dt}(E_p + E_k) = 0$$

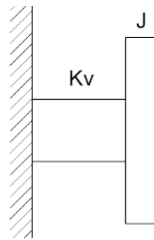
$$\frac{d}{dt}E_p + \frac{d}{dt}E_k = \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}k_v\theta^2\right] + \frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}J\dot{\theta}^2\right] = 0$$

$$J\ddot{\theta} + k_v\theta = 0 \quad (13)$$

2.9.3 System med en frihetsgrad

För att bestämma egenfrekvensen hos ett system med en frihetsgrad kan man använda t.ex. frikroppsmetoden beskriven i sektion 2.9.1 för att bestämma de moment som verkar på skivan i figuren (fig. 3). Vid fri svängning motverkar axeln skivans vinkelacceleration med ett moment lika stort som effektiva momentet som ger vinkelacceleration i skivan. (Tiwari)

Man kan alltså skriva:



Figur 3. System med en frihetsgrad. Axeln är fast inspänd i ena änden.

$$\begin{aligned}\sum M_{ext} &= \sum M_{eff} \\ -k_v\theta &= J\ddot{\theta} \\ J\ddot{\theta} + k_v\theta &= 0 \\ \ddot{\theta} + \frac{k_v}{J}\theta &= 0 \\ \ddot{\theta} + \omega_n^2\theta &= 0\end{aligned}\tag{14}$$

Om en rörelseekvation är skriven i standardform enligt ekvation 14 ovan är

$$\omega_n^2 = \frac{k_v}{J} \leftrightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{k_v}{J}}\tag{15}$$

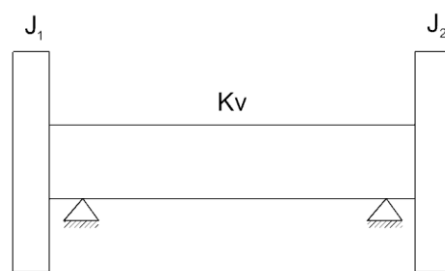
där ω_n är egenfrekvensen i systemet. Analytisk lösning av differentialekvationen ger samma resultat.

2.9.4 System med flera frihetsgrader

I system med flera frihetsgrader är varje enskild skiva i det masselastiska diagrammet beroende av de övriga skivornas rörelser. Man får då ett kopplat system med lika många ekvationer som antalet frihetsgrader/skivor i systemet. För system med två, tre eller möjligen fyra frihetsgrader kan ekvationssystemet härledas någorlunda enkelt med samma metoder som för system med en frihetsgrad, men då antalet frihetsgrader ökar ytterligare måste man ta till mera sofistikerade metoder.

Svängningsrörelserna för system med flera frihetsgrader än en kan ta ett antal olika svängningsformer (eng. mode shapes) där nodpunkter uppstår längs rotationsaxeln. Antal möjliga rörelsemönster motsvarar antalet rötter till rörelseekvationssystemet (Kelly, 2000).

För ett förenklat system med två frihetsgrader, uppställt på friktionslösa lagringar gäller att effektiva momentet på skiva ett motverkas av externa momentet i axeln. Axelns moment beror av dess styvhet, k_v och förvriddning, $\theta_1 - \theta_2$. Motsvarande gäller för andra skivan.



Figur 4. System med två frihetsgrader. Axeln är uppställd på friktionslösa lagringar.

Ställer man då upp rörelseekvationerna för vardera skivan fås:

$$-(\theta_1 - \theta_2)k_v = J_1\ddot{\theta}_1 \quad (16), (17)$$

$$-(\theta_2 - \theta_1)k_v = J_2\ddot{\theta}_2$$

Då vinkelförskjutningen enligt Nestorides (1958): $\theta(t) = \hat{\theta} * \sin(\omega_n t)$ blir $\ddot{\theta} = -\omega^2 * \hat{\theta} * \sin(\omega_n t) = -\omega_n^2 \theta$

Rörelseekvationerna blir då

$$\begin{aligned} -J_1\omega_n^2\theta_1 + (\theta_1 - \theta_2)k_v &= 0 \\ -J_2\omega_n^2\theta_2 + (\theta_2 - \theta_1)k_v &= 0 \end{aligned} \quad (18), (19)$$

Uttryckt i matrisform:

$$\begin{bmatrix} k_v - J_1\omega_n^2 & -k_v \\ -k_v & k_v - J_2\omega_n^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (20)$$

Rötterna för ekvationssystemet, och därmed egenfrekvenserna, fås genom att systemdeterminanten sätts till noll. Eftersom amplituderna

$$\theta_1 = \frac{Det_1}{Det_s}, \quad \theta_2 = \frac{Det_2}{Det_s}$$

kommer att bli oändligt stora då Det_s går mot noll (Nestorides, 1958, s. 152). Lösningen blir då

$$Det_s = (k_v - J_1\omega_n^2) * (k_v - J_2\omega_n^2) - (-k_v) * (-k_v) = 0$$

$$\omega_n = 0 \quad \text{eller} \quad \omega_n = \pm \sqrt{\frac{k_v(J_1 + J_2)}{J_1 + J_2}} \quad (21)$$

2.10 Dämpning

Dämpning i vibrerande system är ett sätt att hålla amplituderna inom rimliga gränser och kan uppnås på ett flertal olika sätt, där viskös dämpning är ett av de vanligaste. Gemensamt för all dämpning är att kinetisk energi omvandlas till värme och bortförs.

Vid viskös dämpning ger en vätskas inre friktion en dämpande kraft då den skjuvas mellan två närliggande ytor. Om ytorna ligger tillräckligt nära varandra för att hastighetsgradienten i vätskan ska kunna antas vara linjär är skjuvspänningen en funktion av friktionskoefficient, hastighetsskillnad och spaltbredd enligt:

$$\tau = \mu \frac{v}{h} \quad (22)$$

där μ är vätskans dynamiska viskositet, v är skillnad i hastighet och h är spaltbredden. (Kelly, 2000, s. 34-35).

Kraften som uppstår då en yta A av vätskan skjuvas med hastigheten v är

$$F = \tau A = \frac{\mu A}{h} v = cv \quad (23)$$

där c är dämpningsfaktorn. I torsionssystem blir då det dämpande momentet summan av alla kraftkomponenter från delytorna multiplicerat med deras avstånd till rotationsaxeln. Dämpningsfaktorn ersätts med torsionsdämpningsfaktorn c_t och hastigheten v med vinkelhastigheten ω . (Kelly, 2000, s. 36).

Dämpning kan enligt Kelly (2000, s. 87, 98) inkluderas i rörelseekvationen genom att låta $\dot{\theta}$ representera vinkelhastigheten i $M = c_t \dot{\theta}$. Ekvationen blir då

$$J\ddot{\theta} + c_t \dot{\theta} + k_v \theta = 0 \quad (24)$$

Hibbeler (2012, s. 655 – 656) visar också att det för varje system med viskös dämpning existerar ett värde på c som gör att systemet inte över huvud taget börjar självsvänga. Systemet är då kritiskt dämpad och dämpningsfaktorn är då

$$c = 2m \sqrt{\frac{k}{m}} = 2m\omega_n \quad (25)$$

För torsionssystem blir motsvarande kritiska dämpningsfaktor enligt (Kelly, 2000, s. 98):

$$c_t = 2J\omega_n \quad (26)$$

2.11 Holzer's metod

Holzers metod är en metod för att bestämma egenfrekvenser i system med ett större antal frihetsgrader. Med hjälp av denna kan man med ett enkelt kalkylprogram bestämma såväl egenfrekvenser som svängningsformer. Metoden går ut på att man bestämmer rörelseekvationen för varje enskilt skivelement i systemet och placerar in dessa i en tabell. Med styvheter och trögheter kända börjar man med att sätta första elementets vinkelförskjutning (Θ_1) till ett (1). Vinkelhastigheten ω sätts till ett strategiskt utvalt värde. Därefter räknar man ut det vridmoment som ger upphov till just den förskjutningen och antecknar i tabellen. I följande kolumn räknar man ut andra skivelementets vinkelförskjutning och vridmoment m.h.a. erhållna värden för första elementet. För varje följande element upprepas beräkningarna enligt tidigare.

Då första omgången är klar antecknar man sista elementets vridmoment och låter ω anta ett nytt värde. Beräkningen upprepas med nya värden för ω tills vridmomentvärdet för sista elementet ändrar tecken. Man har då passerat en egenfrekvens och med väl valda försöksvärden kan man snart sluta sig till det exakta värdet.

Holzers metod bygger på det faktum att ett system i fri egensvängning inte påverkas av yttre moment och därmed måste summan av alla skivors effektiva vridmoment vara noll. Eftersom vridmomentet på varje enskilt skivelement i uppställningen är beroende av de tidigare elementen måste då det sista elementet ha vridmomentet noll om kravet på moment jämvikt ska uppfyllas. (Studiematerial, u.d.)

Nedan följer ett exempel där Holzers metod används för att uppskatta första egenfrekvensen hos ett system med tre frihetsgrader. Uttrycken fås genom att ställa upp rörelseekvationen för varje frihetsgrad enligt avsnitt 2.9.4, ekv. 16 och 17 beaktat skivornas beroende av de intilliggande. Vinkelförskjutningen löses därefter ut och sätts in i tabellen. Uttrycket för vridmoment fås genom $T = J\alpha = J\omega^2\theta$.

$$J_1 = 2 \text{ kgm}^2, \quad J_2 = 4 \text{ kgm}^2, \quad J_3 = 2 \text{ kgm}^2, \quad k_{v1} = 3 \frac{\text{MNm}}{\text{rad}}, \quad k_{v2} = 2 \frac{\text{MNm}}{\text{rad}}$$

$$\Theta_1 = 1$$

$$\Theta_2 = \Theta_1 - \frac{\omega^2}{k_v} * J_1 \Theta_1$$

$$\Theta_3 = \Theta_2 - \frac{\omega^2}{k_v} * (J_1 \Theta_1 + J_2 \Theta_2)$$

$$T_1 = \omega^2 J_1 \Theta_1$$

$$T_2 = T_1 + \omega^2 J_2 \Theta_2$$

$$T_3 = T_2 + \omega^2 J_3 \Theta_3$$

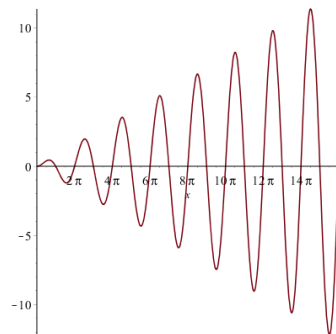
(27), (28)

Försök	ω	Θ_1	Θ_2	Θ_3	T_1	T_2	T_3
1	1	1	1	1	2	6	8
2	100	1	0,993333	0,963467	20000	59733,33	79002,67
3	1000	1	0,333333	-1,333333	2000000	3333333	666666,7
4	1500	1	-0,5	-0,5	4500000	0	-2250000
5	1100	1	0,1933	-1,484	2420000	3355733	-236837
6	1050	1	0,265	-1,42183	2205000	3373650	238525,9
7	1075	1	0,229583	-1,45667	2311250	3372499	5779,329
8	1076	1	0,228149	-1,45792	2315552	3372135	-3750,37

I exemplet kan ses hur man går tillväga för att approximera den första egenfrekvensen i systemet – man prövar systematiskt olika värden för vinkelhastigheten ω tills man hittar ett värde där T_3 närmar sig noll. I detta fall hittas egenfrekvensen mellan 1075 rad/s och 1076 rad/s, alltså ca. 171 Hz. På motsvarande sätt kan andra och tredje egenfrekvensen hittas. (Tiwari, u.å.)

2.12 Resonans

Resonans är ett fenomen som uppstår om systemet exciteras med en frekvens som ligger nära en egenfrekvens. Ett isolerat system som svänger med sin egenfrekvens kräver ingen yttre energi för att upprätthålla rörelsen. Om energi då tillförs i samma takt som systemet kommer då den lagrade energin och därmed amplituderna att öka för varje svängning och resonans har uppstått. (Kelly, 2000, s. 137 – 138). I verkligheten kommer dock amplitudernas storlek att begränsas av bortförd energi i form av dämpning och i vissa fall rent mekaniskt (Cook, u.å.), (Kelly, 2000, s. 137).



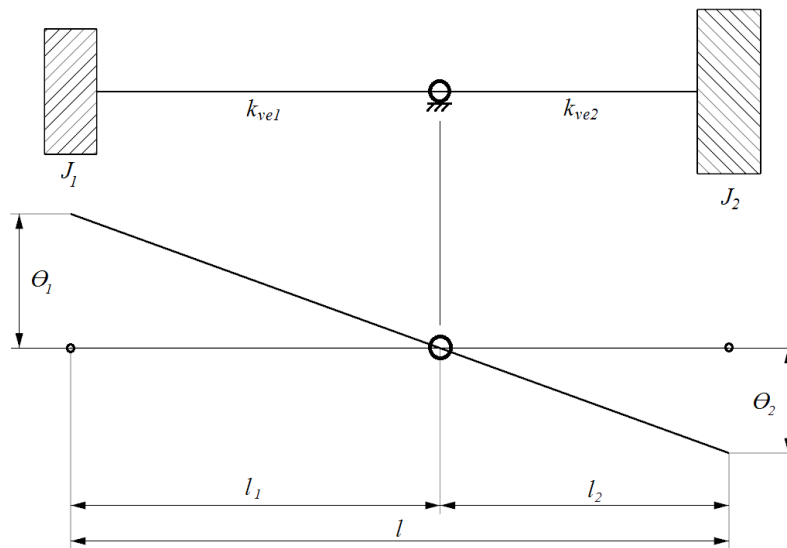
Figur 5. Illustrativ bild över resonans. Amplituderna tilltar för varje svängningsperiod p.g.a. energi tillförsel.

2.13 Noder och svängningsformer

En nod är en punkt längs en axel där vinkelavvikelsen är noll. Då vridmoment är en additiv storhet kommer detta att vara som störst i denna punkt, då varje enskild svängningskropp momentbidrag kommer att adderas här. Antinod är motsatsen till en nod – en punkt där vinkelavvikelsen är som störst.

En nods läge i ett system som svänger i någon av sina egenfrekvenser kan bestämmas genom att man betraktar en skiva i systemet som ett frikopplat system med en frihetsgrad. Noden likställs med en fast inspänd punkt eftersom den antas vara stillastående. Ett system bestående av två frihetsgrader ses då som två separata med en frihetsgrad vardera där avståndet till noden är l_1 resp. l_2 (se fig. 6). Båda systemen kommer att ha samma egenfrekvens som det ursprungliga, vilket betyder att

$$\omega_n^2 = \frac{k_{ve1}}{J_1} = \frac{k_{ve2}}{J_2} \quad (29)$$



Figur 6. Nodens läge i ett axelsystem med två frihetsgrader.

Eftersom egenfrekvensen och trögheten hos båda systemen är konstanta kan en ekvivalent styvhet, k_{ve} bestämmas. Ekvation 5 (kap. 2.2) omformas så att

$$l_1 = \frac{GI_p}{k_{ve1}}, \quad l_2 = \frac{GI_p}{k_{ve2}} \quad (30), (31)$$

(Tiwari, u.å.)

Förutsatt att polära tröghetsmomentet I_p och skjuvmodulen G är konstanta längs axeln blir läget för noden sett från vänster:

$$s = \frac{l_1}{l_1 + l_2} = \frac{\frac{GI_p}{k_{ve1}}}{\frac{GI_p}{k_{ve1}} + \frac{GI_p}{k_{ve2}}} = \frac{k_{ve1}}{k_{ve1} + k_{ve2}} = \frac{J_1 \omega_n^2}{J_1 \omega_n^2 + J_2 \omega_n^2} = \frac{J_1}{J_1 + J_2} \quad (32)$$

2.14 Ordningar

I motorsammanhang talar man ofta om ordningar i stället för frekvens för att lättare kunna jämföra exciteringar och mätresultat mellan olika motorer. Ordningar definieras som multiplar av en viss frekvens, där motorvarvtalet oftast sätts som ordning ett. Hos en åttacylindrisk motor som går på varvtalet 600 rpm eller 10 varv per sekund, definieras man då ordning ett som 10 Hz. Dess tändfrekvens blir ordning fyra eftersom antalet cylindrar är åtta men en fyrtaktare endast tänder vart annat varv. (Wärtsilä, u.d.)

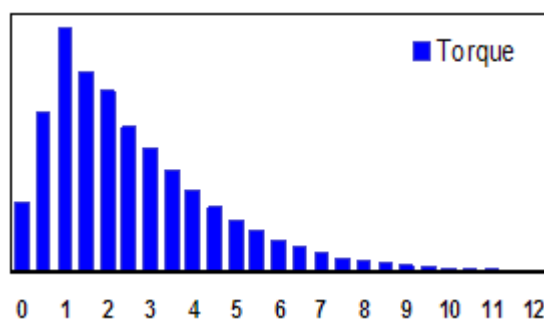
2.15 Exciteringar

För att sätta en axel i svängning krävs att yttre krafter verkar tangentialt på axeln så att vridande moment bildas. För att svängningarna ska fortgå över tid måste krafterna dessutom vara pulserande. Svängningarnas amplituder är då beroende av momentens storlek, axelns styvhet samt pulsationsfrekvensens avstånd till axelns egenfrekvens.

Axlar i en motor kommer så gott som alltid att ha ett statiskt verkande moment genom sin drivande eller drivna funktion. Dynamiska moment orsakade av exciteringar kommer då att adderas till det totala momentet i axeln och är de som är av intresse vid analys av torsionssvängningar.

2.15.1 Krafter på vevaxeln

I en kolvmotor består största på vevaxeln verkande exciteringen av de gaskrafter som uppkommer då kolvarna komprimerar luft och därefter pressas neråt igen av den tryckstegring som uppkommer vid förbränningen. Kolvens tryck på vevstaken förmedlas vidare till vevaxeln och bildar ett vridande moment. Gaskrafternas dominerande excitationfrekvens motsvarar då tändfrekvensen, vilket i en fyrtaktsmotor är halva motorvarvtalet gånger antalet cylindrar. Om det är frågan om en V-motor brukar man approximera tändfrekvensen som varvtal gånger antal cylindrar på en bank. Denna frekvens är dock endast en av de excitationfrekvenser som gaskrafterna ger på vevaxeln. Då tryckutvecklingen är starkt olinjär och hävarmslängden varierar i vevslängsgeometrin kommer alla halvordningar i frekvensspektrat att exciteras (se fig. 7). En annan stark excitering är de krafter som uppstår då massorna i vevmekanismen ska accelereras fram och tillbaka. (Wärtsilä, u.d.)



Figur 7. Illustrativt frekvensspektrum över gaskrafters excitering.

Externa excitationer kan vara momentvariationer till följd av en propellers rotation i vatten, vibrationer från en generator under belastning eller geometriska fel såsom snedställning och okoncentrisitet av axelkopplingar. Dessa syns dock sällan i vevaxeln då man oftast använder någon form av gummikoppling eller dylikt mellan axlarna.

2.15.2 Krafter på kamaxeln

Den enskilt största excitering på kamaxeln kommer ofta från pumpkraften hos bränslepumparna. Frekvensen hos denna excitering motsvarar hos fyrtaktsmotorer halva varvtalet multiplicerat med antalet cylindrar i samma bank som axeln, eftersom insprutning av bränsle endast sker vartannat varv. (Nestorides, 1958, s. 226)

Då bränsleinsprutningen fungerar genom att en fjäderbelastad kolv ligger an mot kamaxelns excentriska kamskiva kommer momentet i insprutningsfasen att öka i snabb takt till följd av mottrycket som bildas i pumphuset samt den tilltagande längden på hävarmen mellan kamskiva och kolvstång ända tills mekanismen har nått sitt övre dödläge. Därefter kommer fjädern att verka drivande på kamaxeln, vilket ger en reducerande effekt på totala momentet i axeln (Wärtsilä, u.d.).

Kamaxeln påverkas också i högsta grad av de svängningar som förekommer i vevaxeln, eftersom den i förhållande till denna har ett relativt litet tröghetsmoment samtidigt som kamaxelns påverkan på vevaxeln är i det närmaste försumbar av samma anledning. Visserligen är kamaxeln genom kuggväxeln nedväxlad till halva varvtalet, men det har endast inverkan på de överförda amplituderna, inte på frekvensen, eftersom varje svängning hos vevaxeln måste innebära en likadan men mindre svängning på kamaxeln.

2.15.3 Exciteringar från kugghjul

Axlar sammankopplade genom kugghjulsväxlar utsätts för excitationmoment orsakade av stötar då kuggflankerna går i ingrepp (Nestorides, 1958). Dominerande frekvensen hos denna excitering beror av ingreppstakten hos kuggarna, vilken i sin tur beror på kuggantalet och varvtalet i kuggväxeln. Då kuggarna överför stora krafter kommer de att deformeras en aning och kuggingreppet blir då inte idealt (Gao, u.d.). Detta medför att man även får exciteringar kring den dominerande frekvensen.

I sådana fall där dynamiska vridmomentet i en kuggväxel är större än det statiska kan fenomenet *hammering* inträffa. Som bekant verkar det dynamiska momentet omväxlande förstärkande och försvagande på det statiska momentet i axeln. Kuggarna kommer då att tappa ingrepp just då den negativa amplituden från dynamiska momentet övervinner det statiska. Då rörelsen vänder mot positivt går kuggarna i ingrepp igen med en kraftig stöt. Denna stöt är dels påfrestande för materialet i kuggen, men kan också ge en kraftig exciterande puls i axeln. (Sofronas, 2012, s. 155)

2.16 Respons

Då ett exciterande moment verkar på en axel kan man inte längre betrakta systemet som isolerat, eftersom momentet kommer att utföra arbete på axeln. Rörelseekvationen hos varje frihetsgrad får då ytterligare en term som motsvarar exciterande vridmomentet som funktion av tiden (Kelly, 2000, s. 131, 133). Den tar formen av en inhomogen differentialekvation enl.:

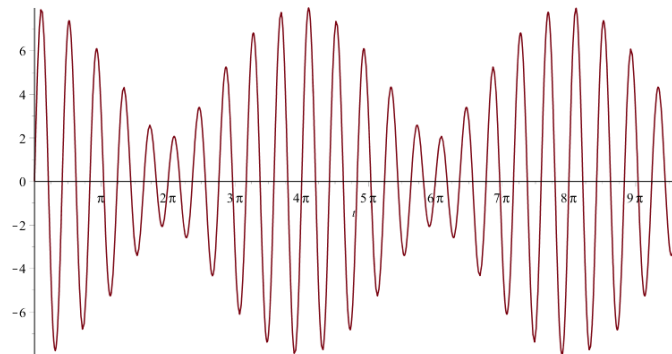
$$J\ddot{\theta} + c_t\dot{\theta} + k_v\theta = M(t) \quad (33)$$

2.17 Beating

Beating är ett fenomen som uppstår om en exciterande frekvens ligger nära en egenfrekvens, eller om två exciterande frekvenser ligger nära varandra. Den ena frekvensen kommer då omväxlande att förstärka och försvaga den andra, vilket ger en vågform med svängningsfrekvensen f där amplituderna varierar med perioden t enligt

$$f = \frac{4\pi}{|\omega_1 + \omega_2|} , \quad t = \frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2|} \quad (34), (35)$$

(Kelly, 2000. s. 138)



Figur 8. Tidssignal som illustrerar resultatet av två närliggande frekvensers verkan på en axel.

2.18 Dämpade system och olika typer av dämpare

En dämpares uppgift är att minska svängningsamplituderna i en axel genom att t.ex. omvandla en del av den kinetiska vibrationsenergin till värme. Många typer finns och valet av dämpare beror stort på om man är ute efter att dämpa en viss frekvens eller hela spektrum samt givetvis på kostnaden.

2.18.1 Massadämpare

En massadämpare är en dämpningsanordning som reducerar en viss frekvens hos en vibrerande axel. Den består av en massa och en fjäderanordning som valts så att dess egenfrekvens sammanfaller med den frekvens man önskar dämpa. Den kommer då att börja svänga i motfas mot axelns svängning precis vid den frekvens den är avstämd mot och

kommer då att motverka svängningsrörelsen. Den dämpande verkan beror av hur stor den motsvängande massan är samt dess läge längs axeln. (Nestorides, 1958)

Vid användning av massadämpare kommer två nya toppar att bildas i frekvensspektrumet kring den bortdämpade frekvensen. Med rätt avvägd styvhet och massa kan man få dessa toppar att flytta sig utanför driftsfrekvenserna. (Segervall, 2003, s. 7)

2.18.2 Elastiska dämpare

Elastiska dämpare är en slags axelkoppling som är uppbyggd av två halvor sammankopplade av fjädrande element. Vardera halvan fästs mot en axel och kopplingen kommer då delvis att isolera de vibrerande rörelserna axlarna emellan. Någon egentlig dämpning kommer alltså inte att erhållas med denna anordning, då fjädermekanismen i sig inte för bort någon större mängd energi.

Om det fjädrande elementet görs av t.ex. gummi i stället för stålfjädrar kommer den dämpande faktorn att öka betydligt, då materialet innehar stor strukturdämpning och kan därför omvandla rörelseenergi till värme. (Troy & Feese, 2002)

2.18.3 Viskösa dämpare

En viskös dämpare fungerar som namnet antyder genom att låta en vätska omvandla rörelseenergi till värme. Detta uppnås genom att en trögflytande vätska innesluts i en smal spalt mellan två från varandra separerade cirkulära skivor eller cylindrar. Vid jämn rotation drivs den ena axeln av den andra med ett visst slir genom att vätskan p.g.a. dess trögflutenhet överför rotationen tvärs över spalten. Ju större vridmoment som ska överföras, desto mera slir. Snabba svängningar orsakade av torsionsvibrationer kräver stora vridmoment för att överföras och detta ger mera slir mellan skivorna och värme bildas i vätskan p.g.a. skjuvkrafter. Denna värme är den dämpningsenergi som bortförs från systemet och därmed minskar den överförda svängningsenergin. (Segervall, 2003, s. 10)

2.18.4 Viskoelastiska dämpare

Viskoelastiska dämpare är en blandning mellan viskös och elastisk dämpare. Enkelt uttryckt låter man olja pressas fram och tillbaka genom de fjädrande elementen som håller samman de båda flänshalvorna. Denna typ av dämpare är mera pålitlig i längden eftersom den inte är lika känslig för förändringar i vätskans viskositet till följd av ökad temperatur eller åldring som den rent viskösa dämparen. Man har heller ingen ”statisk” effektförlust då inget slir kan förekomma mellan halvorna p.g.a. de fjädrande elementen. (Segervall, 2003, s. 11)

2.19 Mätningar

Eftersom torsionssvängningar kan vara svåra att uppskatta på förhand utförs alltid mätningar vid nyutveckling av produkter för att säkerställa sig om att vibrationsnivåerna ligger inom de förväntade nivåerna. Mätningar kan också göras kontinuerligt vid drift för att övervaka att t.ex. inga svängningar till följd av misständningar förekommer vid drift. Dessa mätningar omfattar dock endast de lägsta ordningarna då de görs m.h.a. den för ändamålet inte helt lämpade varvtalsgivaren vid svänghjulet. (Diskussion med handledare)

2.19.1 Mätmetoder

Mätning av torsionssvängningar kan utföras med ett antal olika metoder. Då fria ändan hos en axel aldrig kommer att ”husera” en nodpunkt (2.17) vet man att där kommer att finnas oscillerande vinkelförskjutningar vars storlek och frekvens kan mätas. Eftersom torsionssvängningar alltid orsakar oscillerande vridmoment i axeln kan man också genom att mäta förvridningen över en viss sträcka analysera amplituder och frekvenser som förekommer i axeln.

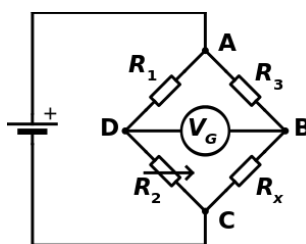
2.19.2 Tandhjul och pulsgivare

För att mäta förvridning av en axel till följd av torsionssvängningar kan man placera ett hjul med någon form av jämt fördelade mätbara markeringar där svängningsamplituderna förväntas vara störst. Lämpliga ställen kan vara t.ex i den fria änden av axeln eller mitt mellan två nodpunkter, men också tänderna på ett kugghjul utgör utmärkta mätobjekt. Man låter då en optisk eller magnetisk givare läsa av markeringarna då hjulet snurrar. Givaren ger då pulser för varje markering som passerar. Man erhåller då en s.k. bärvåg som representerar nominella rotationshastigheten hos axeln multiplicerat med antal pulser per varv. Denna

bärvåg omvandlas i en frekvens-till-spänning-omvandlare till analog spänning får representerar en DC-komponent i mätsignalen. I den analoga signalen finns också cykliska spänningsvariationer som orsakas av torsionssvängningar. Genom att analysera dessa kan man erhålla amplituderna hos svängningarna. (Vance, Zeidan & Murphy, 2010, s.55)

2.19.3 Töjningsgivare

En töjningsgivare för torsionsmätningar består av fyra metalltrådar sammankopplade till en s.k. Wheatstone-brygga. Då metallen i trådarna töjs kommer dess elektriska resistans att ändra något. Genom att leda elektrisk ström till bryggan får man ut en spänningssignal som beror av resistansen i av varje trådelement i kretsen. Denna signal representerar skjvtöjningen i axeln. För att undvika felaktiga mätresultat orsakat av böjspänningar och temperaturväxlingar läggs trådarna i en vinkel på 45° mot axelns centrumlinje. Givarenheten fästs mot axelytan med lim. (Vance, Zeidan & Murphy, 2010, s.54)



Figur 9. Wheatstone-brygga

3 Resultat

I detta kapitel redogörs för den databas och de tabeller som utgör resultatet av arbetet och hur dessa har framställts. Kapitlet berättar också om några egenskaper som väckt intresse under arbetets gång och vad som eventuellt kan orsaka dessa.

3.1 Databas

Data från mätrapporterna har samlats i en Excel-baserad databas där varje motortyp har sitt egna ark. Varje ark innehåller förutom uppgifter om den uppmätta motorn och dess kringutrustning en sektion med kamaxeldata och en med vevaxeldata. I vardera sektionen finns listat egenfrekvenserna som uppmätts för en viss axel, ”peak-to-peak”- samt RMS-värden på fördefinierade laster om 0 %, 25 %, 50 %, 75 %, 85 %, 100 % och 110 % enligt praxis på företaget. Där finns också listat de tre mest dominerande frekvenserna tillsammans med deras amplituder för samma laster. Dessa har avlästs från frekvensspektrum för respektive last genom att identifiera de högsta topparna och avläsa amplituderna ur diagrammet. Vid tveksamheter har de toppar som ligger lägre i frekvens valts.

Antalet observerade egenfrekvenser varierade dock ganska stort mellan olika mätningar, vilket gör att listan inte är fullständig ifylld. Ifall mätningar har gjorts på andra laster än de definierade lämnades dessa mätresultat bort för att få en enhetligare databas. Vissa rapporter innehöll även mätningar gjorda på varierande varvtal. Då databasen p.g.a. att största delen av mätningarna är gjorda på konstant varvtal är uppbyggd så att varje varvtal har en egen rad lämnades också de mätningar med avvikande varvtal bort. I annat fall hade såväl inmatning som avläsning blivit onödigt komplex.

Enheterna som använts i databasen har valts enligt de som är vanligast förekommande i rapporterna. För svängningsamplituder har kNm använts då denna enhet är den som används mest nuförtiden. Ifall avvikande enheter har påträffats har dessa omvandlats till gällande enhet. Exempelvis förekom i vissa äldre rapporter enheten MPa för amplituder. Denna omvandlades m.h.a. kännedom om givarplacering samt dimensionerna i axelns tvärsnitt vid denna position till kNm enligt metoden i kap. 2.3. Vid listning av de dominerande frekvenserna har ordningar använts i stället för frekvens för att man lättare ska kunna jämföra mellan motorer av olika cylinderantal. Undantaget dock de amplitudtoppar som ligger nära eller precis sammanfaller med en egenfrekvens, vilka i databasen identifieras med N och en siffra som berättar om hur många egenfrekvensen det handlar om.

3.2 Tabeller över egenfrekvenser och dominerande frekvenser

Uppgiften inkluderade att göra upp lättöverskådliga tabeller över axlarnas egenfrekvenser och starkaste svängningsfrekvenser. Utgående från databasen sammanställdes tre olika tabeller. Tabellerna listar egenfrekvenser i ordningsföljd för varje motortyp som mätningar har utförts på samt tre starkaste frekvenstopparna vid 100 % last.

3.3 Betydelsen av exciteringens läge

I tidssignalen för såväl kamaxel som vevaxel kan man tydligt urskilja varje cylinders resp. bränslepumps exciterande moment eftersom de är tidsmässigt tillräckligt separerade. Man noterar att amplituderna verkar variera mellan cylindrarna och att det finns ett samband mellan cylinderns avstånd till drivande änden och amplitudens storlek. Dessa amplituder blir större med minskande avstånd mellan bromsande och drivande moment och orsakas av axlarnas fjädrande egenskaper.

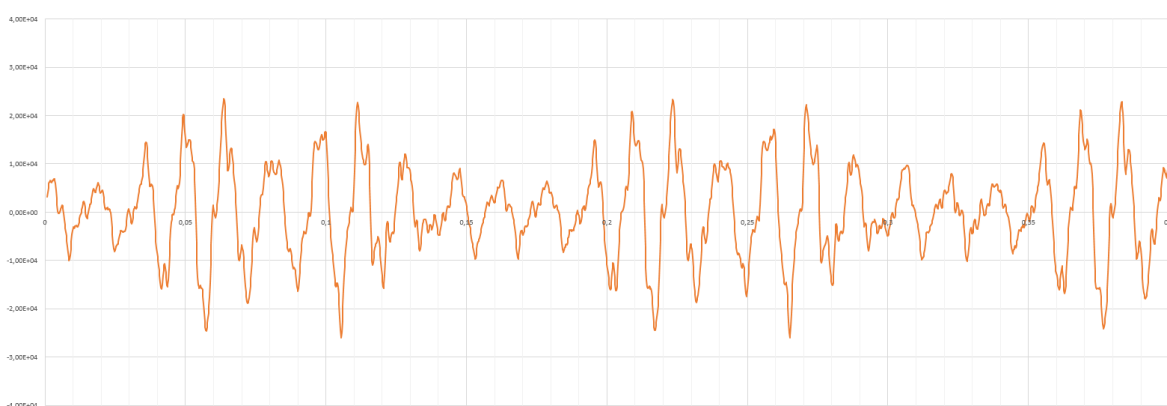
Hos en vevaxel har bromsande momentet, alltså lasten, en fast position vid svänghjulet, medan drivande momentet flyttar beroende på vilken cylinder som är i arbetstakt. En cylinder som befinner sig långt borta från lasten kommer då att ge mindre moment vid svänghjulet p.g.a. att en större del av energin kommer att gå åt till förvridning av axeln (se kap 2.3, vridstyvhetens längdberoende). Denna energi lagras i axeln som potentiell energi och återfås senare, vilket också ger ett större motsving jämfört med cylindrar närmare svänghjulet.

3.4 Beating-liknande fenomen i kamaxlarna

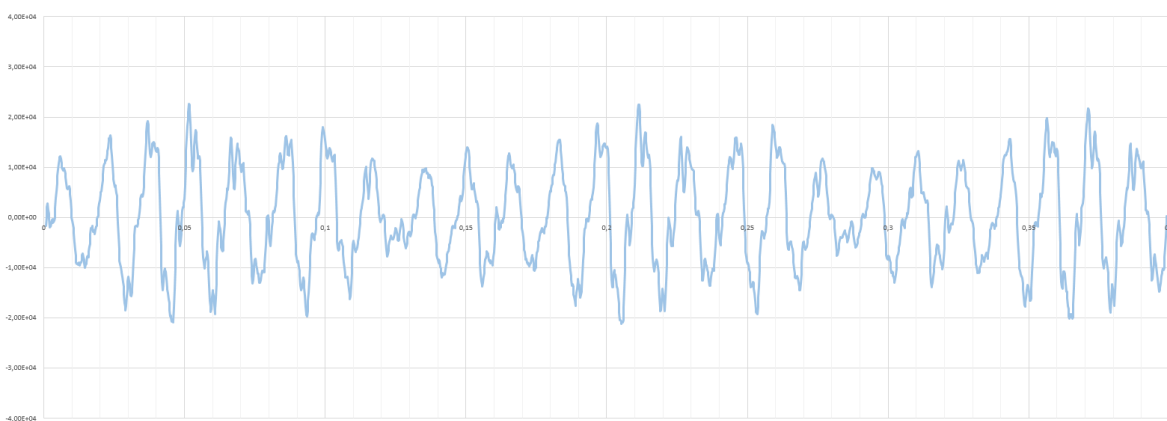
Generellt kan man observera relativt starka samband mellan de dominerande frekvenserna i vevaxeln och dito i kamaxeln. Detta beror antagligen på att en viss mängd tillförd kinetisk energi till kamaxeln p.g.a. den avsevärt lägre masströgheten ger betydligt större amplituder än motsvarande skulle ha gjort hos vevaxeln.

Som tidigare nämnts ger de exciterande momentens lägen längs axeln en variation i amplituderna. Hos 20V32F-motorn och speciellt i B-bankens kamaxel är dock skillnaden mellan största och minsta svingen betydligt större än hos andra motorer. Eftersom risk finns att toppvärdet av vridmomentet överstiger maximala momentet som axeln klarar har man gjort många försök att åtgärda detta.

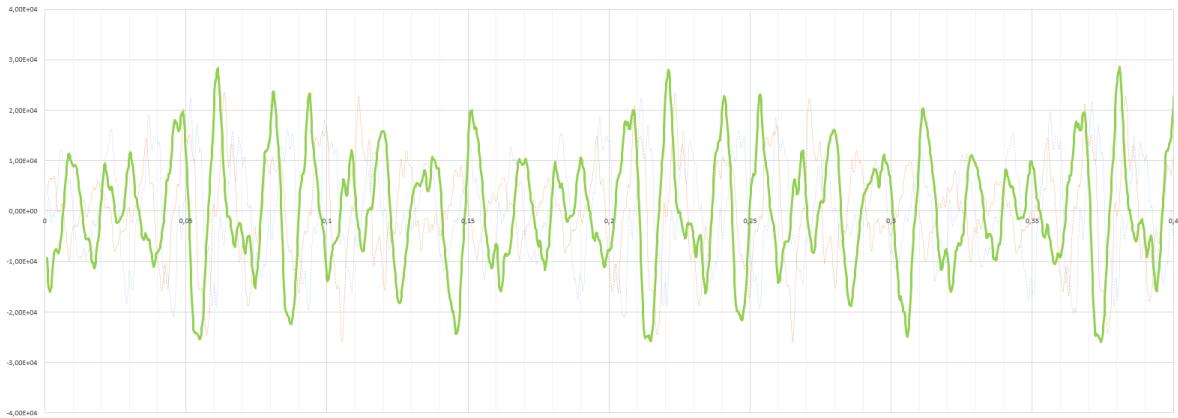
Då man betraktar vågformen påminner den starkt om *beating*-fenomenet som nämndes i kap. 2.19 – amplituderna varierar cykliskt mellan låga och höga nivåer (jämför fig. 10 och 11). Vid första åtanke kan man misstänka att axeln roterar nära en egenfrekvens och att det skulle bero på detta, speciellt med tanke på de höga toppmomenten. Vid närmare undersökning av dominerande frekvenser i frekvensspektrum ser man att båda kamaxlarna, men speciellt B-banken har jämförelsevis höga värden på ordningarna kring tändfrekvensen (ordning 5). I många mätresultat är ordning 4,5 den mest dominerande efter ordning 5, följt av 5,5.



Figur 10: B-kamaxelns svängningar hos W20V32F vid 750 rpm och 100 % last



Figur 11: A-kamaxelns svängningar hos W20V32F vid 750 rpm och 100 % last



Figur 12: Som referens, vevaxelns svängningar vid 750 rpm och 100 % last.

Vid jämförelse med vevaxelns dominerande frekvenser kan man se ett tydligt samband - ordning 4,5 eller 5,5 är ofta den mest dominerande frekvensen, följt av tändfrekvensen 5. Perioden som amplituderna varierar med är också ungefär av ordning 0,5, vilket ytterligare talar för detta. Spekulationer har förekommit om det skulle ha att göra med misständningar, alltså excitering av ordning 0,5, men då borde vågformens nominella nivå ha varierat cykliskt, inte amplituderna.

Detta förklarar däremot inte varför amplitudtopparna blir högre i B-bankens kamaxel än i A-bankens. Ett försök att simulera detta har gjorts i Excel genom att generera två sinusformade kurvor av snarlika amplituder och med frekvenser nära varandra och sedan addera dessa. *Beating*-fenomenet framträder då klart. Vid justering av fasförskjutningen mellan kurvorna märks dock ingen förändring i topp-till-botten-värdet. Först när sinusformen modifieras börjar man se att värdet ändras. Vågformerna som förekommer i motorns axelsystem har knappast formen av en sinusvåg och en V-motors konstruktion gör att det alltid finns en fasförskjutning mellan cylinderbankarnas axlar, vilket betyder att detta möjligtvis kan vara en förklaring på problemet.

Sammantaget är denna hypotes något som kunde forskas vidare på. Problemet är för tillfället löst med insatt dämpare, som enligt mätresultat betydligt minskar amplituderna, men dämpare medför extra kostnader samtidigt som dess grundfunktion är att omvandla svängningar till värme, vilket i förlängningen betyder bortkastad energi.

4 Diskussion

Själva arbetet med att sammanställa mätdata från gamla rapporter och liknande innebar inte några större utmaningar då de flesta rapporter var tydligt uppställda med de nödvändiga siffrorna färdigt framtagna. Storhetsomvandlingar mellan skjuvspänning och vridmoment krävdes visserligen i några fall, men med hjälp av mått från axelritningar kunde de enkelt utföras. Här tycker jag mitt arbete har lyckats ganska bra, då man per motormodell kan se vilka egenfrekvenser som gäller för olika axlar samt deras typiska frekvenstoppar. Databasen kommer säkerligen också i framtiden att fyllas på med nya mätningar, vilket var en del av syftet med detta arbete.

Vid analysen av mätningarna fastnade jag redan från början för det s.k. *beating*-fenomenet, så det var självklart att detta skulle vara med i detta arbete. Så även amplitudvariationerna till följd av exciteringarnas läge längs axlarna. I övrigt gjordes inga större upptäckter, undantaget en mycket tydlig topp högt uppe i frekvensspektrat för 20W31SG-motorns en kamaxel. Mätningen blev dock utförd strax före deadline för detta arbete vilket gjorde att den uteblev.

För övrigt hade jag nog önskat en mera praktisk uppgift. Uppgiften som sådan var också aningen för löst definierad från början, vilket gjorde att det var svårt att få någon uppfattning om vad som behövde behandlas. Då huvudsyftet var att sammanställa mätdata betyder detta samtidigt att denna text till största delen består av grundläggande teori kring torsionsvibrationer som inte nödvändigtvis har använts över huvud taget i detta arbete.

5 Källförteckning

Kelly S. Graham, 2000. *Fundamentals of Mechanical Vibrations*. US: McGraw-Hill.

Nestorides E.J., 1958. *A Handbook on Torsional Vibrations*. Cambridge: Cambridge University Press.

Hibbeler, Beng Yap, 2012. *Mechanics for Engineers: Dynamics*. Singapore: Pearson Education South Asia.

Ljung, Saabye, Ottosen, Ristinmaa, 2007. *Introduktion till hållfasthetslära: enaxliga tillstånd*. Lund: Studentlitteratur.

Segervall, M., 2003. *Development of Viscous Damper Model*. Vasa: Examensarbete. Svenska Yrkeshögskolan.

Sofronas, A., 2012. *Case Histories in Vibration Analysis and Metal Fatigue for the Practicing Engineer*. New Jersey: John Wiley & Sons.

Vance, Zeidan, Murphy, 2010. *Machinery Vibration and Rotordynamics*. New Jersey: John Wiley & Sons.

Troy, Hill, 2002. *Guidelines for Preventing Torsional Vibration Problems in Reciprocating Machinery*. San Antonio, Texas: Engineering Dynamics Incorporated.

Tiwari, R. *Torsional Vibrations*. Indian Institute of Technology Guwahati. [Online] http://www.iitg.ernet.in/scifac/qip/public_html/cd_cell/chapters/r_tiwari_rotor_bearing/chafter2/rtiwari_rd_book_02a.pdf. [hämtat: 13.11.2016]

Gao, Z. *Diesel Engine Gear Train Noise*. [Online] http://www.akustinenseura.fi/wp-content/uploads/2013/08/05_Gao.pdf. [hämtat: 4.2.2017]

Cook, J.D., 2013. [Online] <https://www.johndcook.com/blog/2013/02/22/undamped-forced-vibrations/> [hämtat: 19.1.2017]

Studiematerial. *Solid Mechanics – Dynamics*. [Online] <https://www.freestudy.co.uk/dynamics/holzer.pdf> [hämtat: 5.11.2016]

Wärtsilä (u.d.). *Internt skolningsmaterial*.

Tabell över egenfrekvenser



Natural frequencies of torsional vibration

CAM

Engine	bank	1	2	3	4	5	6
6L32		154	431	708	980		
6L32E		160	422	685	948		
8L32E		146	385	624	863		
9L32		85	299	482	664		
9L32D		125	300	485	664	860	
9L32E		125	345	558	773	987	
12V32		104	148	393	640		
12V32E	A	183	454	738			
	B	183	462	747			
16V32E	A	136	360	569	788	993	
	B	136	360	574	800		
20V32C	A	79	253	404	556		
	B	78	253	403	558		
20V32F	A	95	280	465	640	820	985
	B	95	280	467	640	820	995
12V34DF	A	172	454	738			
	B	195	462	749			
20V34DF	A		340	495	662	830	990
	B		312	509	673	842	
20V34SG	A	115	288	460	635	808	976
10V31DF	A	168	467	747			
	B	181	475	767			