



LIRA-OHJELMISTON ANALYYSI

**Opinnäytetyö
Mikhail Joki
Puutekniikan koulutusohjelma
EPB6SR**

SAVONIA-AMMATTIKORKEAKOULU TEKNIikka KUOPIO		
Koulutusohjelma Puutekniikan koulutusohjelma		
Tekijä Mikhail Joki		
Työn nimi LIRA-laskentaohjelman analyysi		
Työn laji Insinöörityö	Päiväys 24.3.2010	Sivumäärä 53 + 25
Työn valvoja lehtori Harry Dunkel	Yrityksen yhdyshenkilö Harry Dunkel	
Yritys Rakennussuunnittelutoimisto Sormunen & Timonen Oy		
Tiivistelmä <p>Tämän insinöörityön aiheena oli tutkia Venäjällä käytettävän rakenteiden laskentaohjelmiston ominaisuuksia ja käyttökelpoisuutta. Tässä työssä analysoitiin LIRA-ohjelmaa ja verrattiin sitä FEM-ohjelmaan. Rakennussuunnittelutoimisto Sormunen & Timonen Oy työskentelee sekä Suomessa että Venäjällä. Ongelmana on, että eri maissa käytetään eri suunnittelunormeja ja eri laskentaohjelmia. Työn tavoitteena oli oppia käyttämään Venäjällä sertifioitua laskentaohjelmaa, mikä antaa mahdollisuuden käyttää sitä Venäjän rakennuskohteiden rakenneanalyysissä Venäjällä voimassa olevien normien mukaan.</p> <p>Työssä analysoitiin kolme eri tavalla tuettua teräsbetonilaattaa. Analyysi suoritettiin LIRA- ja FEM-ohjelmien avulla sekä käsinlaskumenetelmällä. Laattojen rauditus suoritettiin LIR-ARM ja FEM-ohjelmilla.</p> <p>Tämän työn tulokset osoittavat, että LIRA on erinomainen rakenteiden analyysin työkalu, jonka avulla voidaan yksinkertaisesti luoda ja analysoida erilaisia rakennemalleja. Tämän ohjelman käyttö helpottaa suunnittelua ja Venäjän rakennusvalvonnan vaatimusten täyttämistä</p>		
Avainsanat LIRA, laskentaohjelma, FEM, teräsbetonilaatta		
Luottamuksellisuus julkinen		

SAVONIA UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES		
Degree Programme Wood Technology		
Author Mikhail Joki		
Title of Project Analysing the LIRA software in comparison with the FEM software		
Type of Project Final Project	Date 24.03.2010	Pages 53 + 25
Academic Supervisor Mr Harry Dunkel, Lecturer	Company Supervisor Mr Harry Dunkel	
Company Sormunen & Timonen Oy		
Abstract <p>This final year project is commissioned by Sormunen & Timonen Oy which is a Finnish company operating in Russia. The aim of this thesis was to study how to use the LIRA software and to analyse the design model on different static loads. The initial idea was to execute structural analyses for building objects situated in Russia using Russian software and to design reinforcement using Russian design instructions.</p> <p>The analyses were conducted by calculating three different concrete slabs using the LIRA software, FEM software and by hand. The areas of reinforcement were determined for each slab by means of the LIRA and FEM software. The results of the calculations were compared.</p> <p>The contributions of this project are twofold. Firstly, the LIRA software is an excellent structural analysis tool, which has a lot of special features. Secondly, using this software makes it possible to design Russian objects in accordance with Russian norms.</p>		
Keywords LIRA, software, FEM, concrete slab		
Confidentiality public		

SISÄLLYS

1	JOHDANTO	5
2	LIRA-OHJELMISTO	6
2.1	Elementtimenetelmä	6
2.2	Ohjelman käyttö.....	8
2.2.1	<i>Rakennemallin periaatteet</i>	8
2.2.2	<i>Laatan luominen</i>	9
2.2.3	<i>Rakenteen tuentatapa</i>	11
2.2.4	<i>Rakenteen materiaalin ja profiilin valinta</i>	12
2.2.5	<i>Rakenteen kuormat</i>	14
2.2.6	<i>DCF-taulukko</i>	15
2.2.7	<i>Rakenteen analyysi</i>	16
2.2.8	<i>Merkkisäännöt</i>	16
2.3	LIR-ARM-ohjelma	19
2.4	Mallin pakkaus	26
3	ESIMERKKILAATTOJEN MITOITUS.....	27
3.1	Lähtötiedot.....	27
3.2	Tapaus 1.	28
3.3	Laatta 2.....	34
3.4	Laatta 3.....	40
4	TULOKSIEN VERTAILU	47
4.1	Taipumien ja rasiusten vertailu.....	47
4.2	Raudoituksen vertailu	51
5	YHTEENVETO	52
	LÄHTEET.....	53
	LIITE 1: Laatan 3 laskutulokset taulukkomuodossa	
	LIITE 2: FEM-laskujen tulokset	

1 JOHDANTO

Venäjälle rakennetaan kuluvan vuoden toisella puoliskolla ja ensi vuonna enemmän uutta ostoskeskustilaa kuin mihinkään muuhun Euroopan maahan. Euroopan laajuisen survey-tutkimuksen mukaan Venäjän volyymi on kolme kertaa suurempi kuin toiseksi sijoittuneen Puolan. Raportin mukaan Venäjälle on rakennettu yli 4,6 miljoonaa neliometriä uutta liike-tilaa 18 kuukauden aikana 1.7.2007 – 31.12.2008. Puolaan samana aikana on rakennettu 1,49 miljoonaa neliometriä ja koko Euroopan alueelle 11,4 miljoonaa neliometriä.

Venäjän valtio pyrkii kehittämään asuntorakentamista erilaisin toimin, sillä kohtuuhintaisen asuntojen tarve on suuri. Pietari, Moskova ja muutamat muut miljoonakaupungit ovat suomalaisrakentajien markkina-alueita. Pietarissa suomalaisilla yrityksillä on asuntotuottajina ja rakentajina jo noin 10 %:n markkinaosuus. Pietarin kaupungin alueella rakennetaan kaikkiaan 35 000 kerrostaloasuntoa vuodessa. Se on suurempi kuin Suomen koko asuntotuotanto.

Työn tavoitteena on tutkia LIRA-laskentaohjelmaa ja suorittaa sen avulla teräsbetonilaattojen mitoitus. Laskutuloksia verrataan FEM-laskentaa käyttävään ohjelmaan FEM-designiin. Laattojen käsinlaskut suoritetaan saksalaisen teoksen ”Durchlaufträger: Rahmen und Platten” mukaan. Kun harjoitetaan rakennussuunnittelua Venäjälle, on tärkeää osata käyttää Venäjällä sertifioituja laskentaohjelmia. LIRA-ohjelman käyttö helpottaa suunnittelua Venäjälle ja antaa uusia mahdollisuuksia markkinoilla.

Työn teoriaosa ja ohjelman selitykset koskevat teräsbetonilaattojen suunnittelua ja mitoitusta. Työssä ei tarkisteta dynaamisia kuormia.

2 LIRA-OHJELMISTO

LIRA ohjelmiston tarkoituksena ovat erilaisten rakenteiden mitoitus, analyysit ja suunnittelu. Tätä ohjelmistoa käytetään rakennusosalalla, kone- ja moottoriteollisuudessa, ydinvoimateollisuudessa ja muilla aloilla, joilla tarvitaan rakenteiden mekaniikkaa.

LIRA antaa mahdollisuuden suorittaa rakenteiden ja koko rakennuksen staattisen analyysin, ottaa huomioon dynaamiset kuormat, lisäksi tämän ohjelman avulla suoritetaan rakennusten pysyvyyden analyysi. Sen lisäksi voidaan suorittaa esijännitettyjen rakenteiden mitoitus ja lämpötilaeron vaikutuksen analyysi.

Ohjelmisto on suunniteltu NIASS tutkimuslaitoksessa Kiovassa, Ukrainassa. Ohjelmiston kielet ovat englanti ja venäjä.

2.1 Elementtimenetelmä

LIRA ohjelmiston teoreettinen perusta on siirtymämenetelmään perustuva elementtimenetelmä. Ohjelma käyttää mahdollisten siirtymien menetelmää

$$a(u, v) = (f, v), \quad (2.1)$$

missä u – tarkka asetusarvo, v – mahdollinen siirtymä;

$a(u, v); (f, v)$ – ulko- ja sisävoimien mahdolliset työt.

Rakenne jaetaan elementeiksi Ω_r , määritetään solmut ja niiden vapausasteet L_i (elementtien solmujen siirtymät ja kääntökulmat). Vapausasteille vastaavat perusfunktiot μ_i :

$$L_j \mu_i = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases} \quad (2.2)$$

Ratkaisun likiarvo U_h on perusfunktioiden kombinaatio

$$U_h = \sum_{i=1}^N u_i \mu_i, \quad (2.3)$$

missä u_i - numerot ja N - vapausasteiden määrä.

Sijoitetaan yhtälöön (2.1) U sijalle U_h ja v sijalle μ_j ($j = 1, \dots, n$) ja saadaan elementtimenetelmän yhtälöryhmä:

$$\sum_{i=1}^N u_i a(\mu_i, \mu_j) = (f, \mu_j), \quad i = 1, \dots, N \quad (2.4)$$

Merkitään K – jäykkyydsmatriisi, jonka elementit ovat $k_{i,j} = a(\mu_i, \mu_j)$, P – kuormitusvektori, jonka elementit ovat $p_i = (f, \mu_i)$ ja X – ratkaisuvektori, jonka elementit ovat u_i . Systemi (2.4) matriisimuodossa:

$$KX = P \quad (2.5)$$

Siis, muodostetaan lineaarinen yhtälöryhmä, josta saadaan vektori X ; muut muodonmuutostilan arvot saadaan yhtälöstä (2.3). Tässä menetelmässä elementtiverkon perusyhtälön kerroinmatriisi K muodostetaan yhdistämällä elementtien perusyhtälöiden kerroinmatriisit k sijoittelusummauksella.

Ohjelman elementtikirjasto sisältää 55 eri elementtityyppiä (versio 9.2), jotka kukin perustuvat vastaavaan lujuusopin teoriaan. Elementtityypit voidaan yhdistää seuraaviin ryhmiin:

- sauvaelementit
- neljä- ja kolmisolmuiset laatta- ja pintarakenteen elementit
- kolmiulotteiset elementit
- erityiselementit, joiden avulla mallinnetaan solmujen välinen joustavuus, lopullinen jäykkyys ja jäykkyysmatriisin avulla annetut elementit.

Kaikki kirjaston elementit ovat teoreettisesti perusteltu ja kaikille elementeille on laskettu energian ja siirtymän virhe. Energian virhe on suoraan verrannollinen h^t , missä h – elementin suurin mitta ja $t = 2$ suorakaide- ja nelikulmioelementeille; muille elementeille $t = 1$. Siirtymien virhe on suoraan verrannollinen h^t , missä $t = 4$ suorakaide- ja nelikulmioelementeille; muille elementeille $t = 2$.

Laattaelementtien laskut

Laattaelementtien avulla analysoidaan ohuet ja jäykät laatta- ja pintarakenteet. Ohut laatta on laatta, jonka pohjamitan ja paksuuden suhde on suurempi kuin 5; jäykkä laatta on laatta, jonka taipuma on vähempi kuin 0,2.

Tasojännitystilassa Lagrangin funktioyhmä esiintyy seuraavassa muodossa:

$$\Pi(u, z) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} (\sigma_x e_x + \sigma_y e_y + \tau_{xy} e_{xy}) d\Omega - \iint_{\Omega} (P_x u + P_y v) d\Omega \quad (2.6)$$

missä $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ – normaali- ja reunajännitykset;

$$e_x = \frac{du}{dx}; e_y = \frac{dv}{dy}; e_{xy} = \frac{du}{dy} + \frac{dv}{dx} - \text{suhteelliset lineaarinen ja kulmamamuodonmuutokset};$$

$u(x, y), v(x, y)$ – keskipisteiden siirtymät akselien X ja Y suunnassa;

P_x, P_y – ulkokuorman vektorin komponentit akselien X ja Y suunnassa;

Ω – laatan kaksiulotteinen alue.

Levyrakenteiden taivutuksen analyysissä ohjelma käyttää seuraavat levyteorian olettamukset:

- suorien normaalien olettamus ($e_{xz} = e_{yz} = 0$)
- levyn keskilinjan pisteiden siirtymä on pystysuora
- poikittainen paine puuttuu ($\sigma_z = 0$)
- kyseessä on tasojännitystila.

Tässä tapauksessa potentiaalienergia saadaan seuraavasta yhtälöstä:

$$\Pi(w) = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} (M_x \chi_x + M_y \chi_y + 2M_{xy} \chi_{xy}) d\Omega - \iint_{\Omega} f w d\Omega, \quad (2.7)$$

missä: $M_x = \int \sigma_z \cdot z dz$, $M_y = \int \sigma_y \cdot z dz$, $M_{xy} = \int \tau_{xy} \cdot z dz$ – taivutusmomentit akselien X ja Y suhteen ja vääntömomentti, jotka kuvaavat normaali- ja reunajännitykset akselien X ja Y suunnissa;

$$\chi_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \chi_y = \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \chi_{xy} = \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - \text{keskipinnan kaarevuudet akselien } X \text{ ja } Y \text{ suunnissa};$$

$f(x, y)$ – ulkokuorman funktio;

$w(x, y)$ – levyn taipumien funktio;

z – väli $\left[-\frac{\delta}{2}; \frac{\delta}{2}\right]$ (δ – levyn paksuus).

Suhteelliset lineaariset ja kulmamuodonmuutokset e_x, e_y, e_{xy} saadaan kaarevuuden avulla seuraavista yhtälöistä:

$$e_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} Z = -Z\chi_x, \quad (2.8)$$

$$e_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} Z = -Z\chi_y, \quad (2.9)$$

$$e_{xy} = -2Z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = -2Z\chi_{xy}. \quad (2.10)$$

Tasojännitystilassa on olemassa seuraavat jännitysten ja muodonmuutosten riippuvuudet:

$$e_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu \sigma_y), \quad (2.11)$$

$$e_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu \sigma_x), \quad (2.12)$$

$$e_{xy} = \frac{1}{G} \tau_{xy}, \quad (2.13)$$

missä E – Youngin moduuli; ν – Poissonin kerroin ja G – materiaalin liukukerroin.

2.2 Ohjelman käyttö

2.2.1 Rakennemallin periaatteet

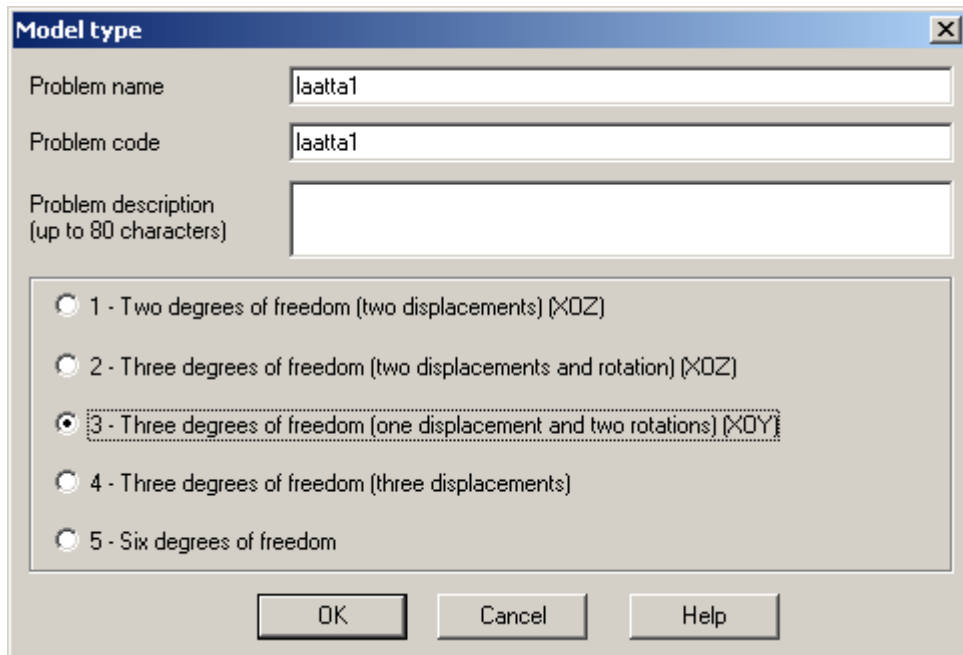
Rakenne mallinnetaan elementtiverkon avulla. Geometrisesti mutkikas rakenne jaetaan yksinkertaisiin äärellisiin osiin. Solmujen ja elementtien numerointi tapahtuu automaattisesti. Laskentamalli sijaitsee oikeassa suorakulmaisessa koordinaatistossa XYZ ; jokaisella elementillä on oma paikallinen suorakulmainen oikea koordinaatisto $X_1Y_1Z_1$ ja jokaisella solmulla $X_2Y_2Z_2$. Oletuksena XYZ ja $X_2Y_2Z_2$ ovat samansuuntaiset.

Yleisessä tapauksessa mallin jokaisessa solmussa on kuusi vapausastetta: kolme lineaarista siirtymää akselien X, Y, Z tai X_2, Y_2 ja Z_2 pitkin ja kolme kiertymää akselien X, Y, Z tai X_2, Y_2 ja Z_2 ympäri.

Jos rakennemallin solmuissa vapausasteiden määrä on vähemmän kuin 6, käytetään niin sanottua mallin tuntomerkkiä. Ohjelma käyttää 5 tuntomerkkiä (kuva 2.1):

1. malli sijaitsee XOZ tasossa; jokaisessa solmussa on kaksi vapausastetta: siirtymät akselien X, Z tai X_2, Z_2 pitkin. Tätä tuntomerkkiä käytetään ristikoiden laskuissa;
2. malli sijaitsee XOZ tasossa; jokaisessa solmussa on kolme vapausastetta: siirtymät akselien X, Z tai X_2, Z_2 pitkin ja kiertymä akselin Y tai Y_2 ympäri. Tätä tuntomerkkiä käytetään tasokehien laskuissa;
3. malli sijaitsee XOY tasossa; jokaisessa solmussa on kolme vapausastetta: siirtymä akselin Z tai Z_2 suunnassa ja kaksi kiertymää: akselien X, Y tai X_2, Y_2 ympäri. Käytetään laattojen laskuissa; on mahdollista ottaa huomioon kimmoisa maapohja.

4. avaruusmallit, joiden jokaisessa solmussa on kolme vapausastetta: siirtymät akselien X , Y , Z tai X_2 , Y_2 , Z_2 suunnassa. Käytetään avaruusristikoiden ja kolmiulotteisten rakenteiden laskuissa.
5. avaruusmallit, joiden jokaisessa solmussa on kuusi vapausastetta. Käytetään avaruuskehien ja pintarakenteiden laskuissa.

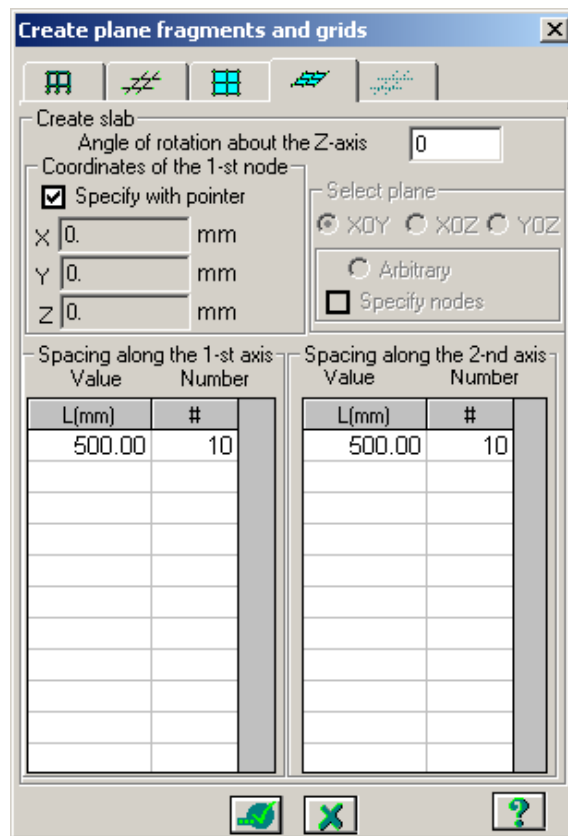


Kuva 2.1. Mallin tuntomerkin valintaikkuna

Laatan mallintamisessa valitaan rakennemallin tuntomerkki 3, eli sallitaan yksi siirto akselin Z suunnassa ja kaksi käännöstä akselien X ja Y ympäri.

2.2.2 Laatan luominen

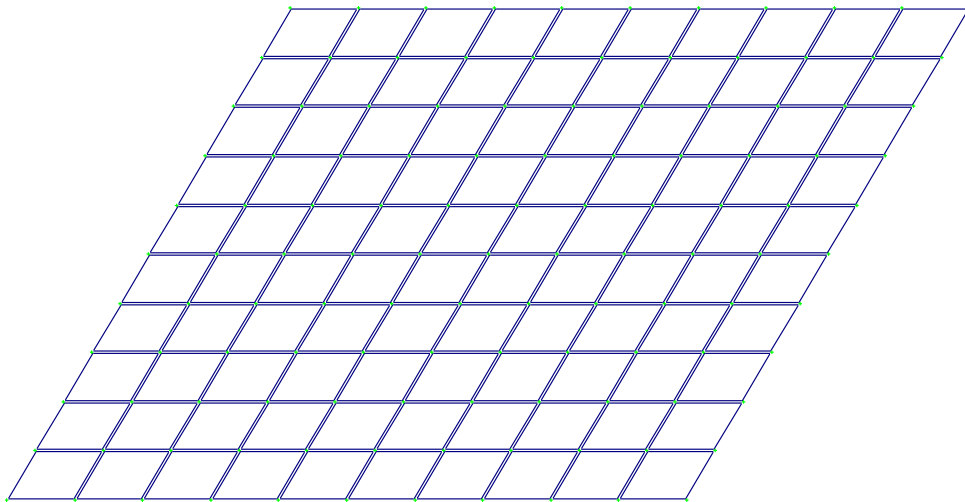
Laatta luodaan valintaikkunan Luo tasaiset elementit ja verkot (*Create plane fragments and grids*) (kuva 2.2) avulla. Laatan mallinnus aloitetaan kuvaruudun yläreunan Laatta (*Plate*) kuvakkeesta. Sen jälkeen määritetään yhden elementin mitat X - ja Y -akselin suunnassa ja lisäksi elementtien määrä.



Kuva 2.2. Elementtiverkon luominen

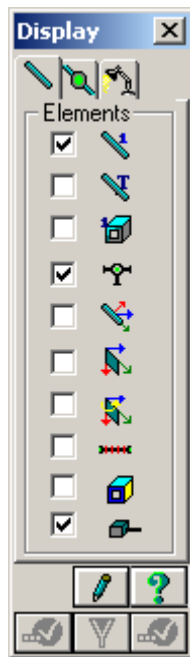
Näyttöön ilmestyy laatan kuva.

Loading 1



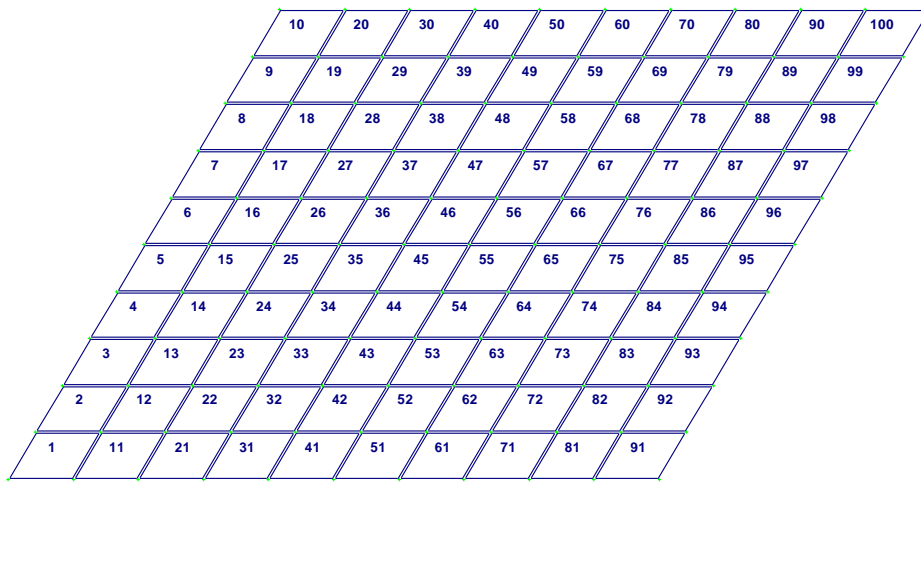
Kuva 2.3. Laatan malli

Tarvittaessa valintaikkunan Näytä (*Display*) avulla voidaan näyttää elementtien (solmujen) numerot. Laatan malli näkyy kuvan 2.5 mukaisesti.



Kuva 2.4. Elementtien ja solmujen numerointi

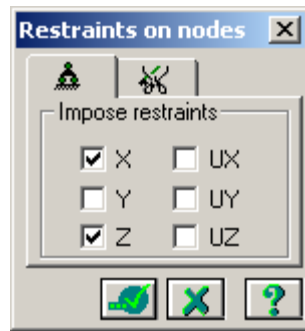
Loading 1



Kuva 2.5. Elementtien numerot

2.2.3 Rakenteen tuentatapa

Rakennemallin 3 mukaan laatan jokaisessa solmussa on kolme vapausastetta. Tuenta mallinnetaan valikon Tuennat (*Restraints*) avulla (kuva 2.6). Keskusteluikkunassa voidaan merkitä suunnat (X , Y , Z , UX , UY , UZ), joihin siirtymät ovat kielletty. Vapaan nivelmäisen tuennan mallintamiseksi on kiellettävä reunasolmujen siirtymän akselin Z suuntaan. Siirtymät X ja Y -suunnissa ja käännös UZ ovat kielletty rakennemallin tuntomerkin mukaan. Jäykän tuennan mallintamiseksi on kiellettävä myös käännökset UX ja UY suunnissa.

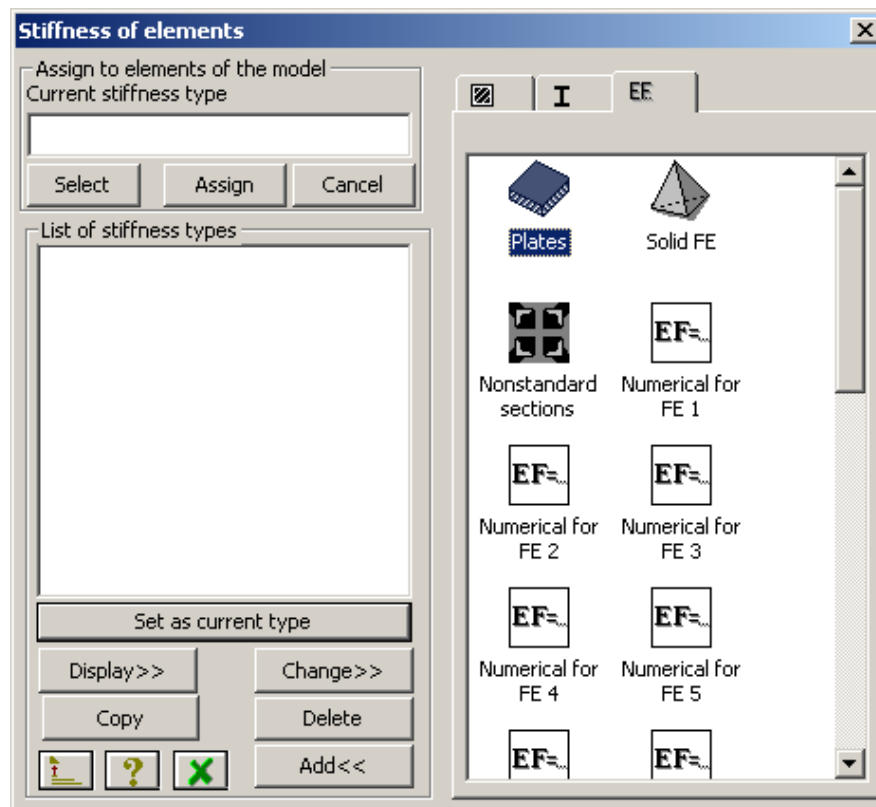


Kuva 2.6. Rakenteen tuennan valintaikkuna

2.2.4 Rakenteen materiaalin ja profiilin valinta

Rakenteen materiaali ja profiili valitaan valikon Jäykkyys (*Stiffness*) avulla (kuva 2.7). Valintaikkunassa on kolme jäykkyystyyppiä:

1. teräsbetonipalkit. Tässä tyyppissä voidaan valita eri maissa käytetyt teräsbetonipalkkien profiilit, määrittää omat profiilit, myös käyttää muut materiaalit.
2. Teräspalkit. Tämän valikon avulla voi määrittää teräsrakenteen profiili suunniteluohjeiden mukaan.
3. Laatat. Tässä tyyppissä mallinnetaan laattarakenteet, kuorirakenteet ja tilavuusmallit.

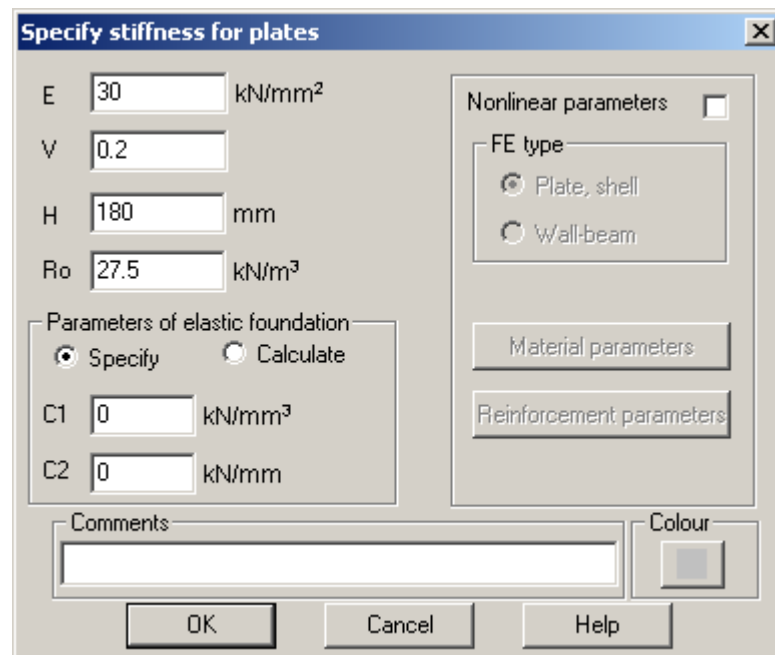


Kuva 2.7. Jäykkyys valintaikkuna

Tässä työssä valitaan kuvake Laatat (*Plates*).

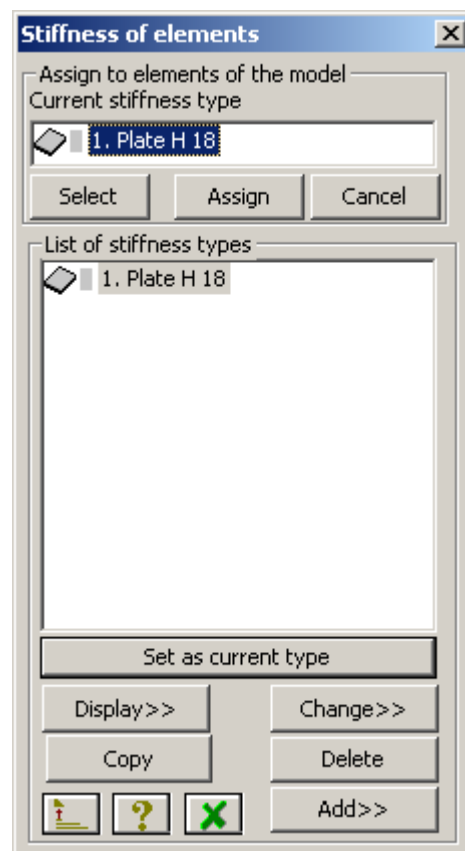
Ohjelma kysyy rakenteen poikkileikkausmitat (laatanpaksuus), Poissonin kertoimen ja rakenteen materiaalin ominaispainon (kuva 2.8). Tarvittaessa perustukselle voidaan määrit-

tää maaperän ominaisuudet. Myös on mahdollista määrittää materiaalin epälineaariset ominaisuudet.



Kuva 2.8. Materiaaliominaisuuksien määrittäminen

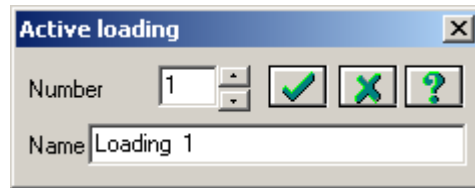
Lopuksi määritetään valitut ominaisuudet rakenteen valituille elementeille (kuva 2.9) käyttäen painikkeet Aseta kuin ajankohtainen tyyppi (*Set as a current type*) ja Määrätä (*Assign*).



Kuva 2.9. Elementtien ominaisuuksien määrittäminen

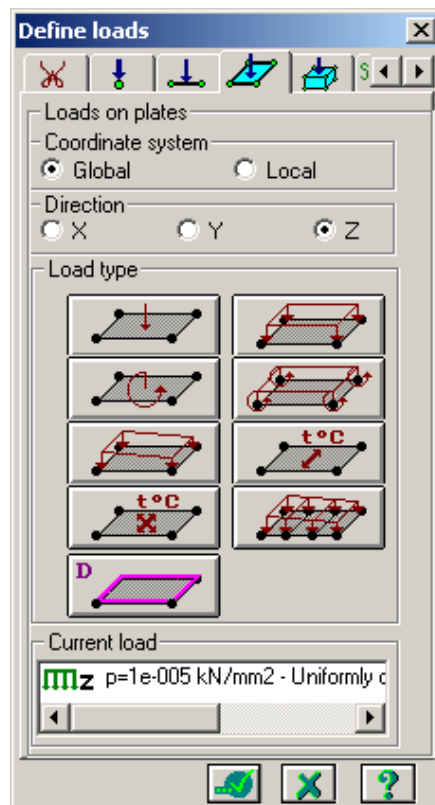
2.2.5 Rakenteen kuormat

Ohjelma antaa mahdollisuuden analysoida samanaikaisesti 99 rakenteen kuormitustapausta (kuva 2.10).



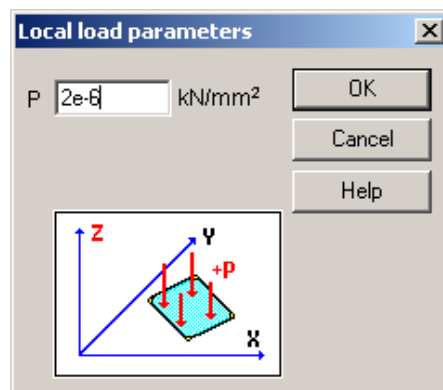
Kuva 2.10. Kuormitustapauksen valinta

Valikon Määrätä kuormat (*Define loads*) avulla voidaan määrittää solmujen, sauvojen, laattojen, tilavuuselementtien staattiset ja dynaamiset kuormat, myös analysoida kuormien pitkäaikaiset vaikutukset (kuva 2.11).



Kuva 2.11. Kuormien määrittäminen

Valintaikkunan Kuorman ominaisuudet (*Local load parameters*) avulla määritetään kuorman suuruus (kuva 2.12).



Kuva 2.12. Kuorman suuruuden valintaikkuna

Käskyn Lisää oma paino (*Add dead weight*) avulla ohjelma automaattisesti lisää rakenteen oman painon.

2.2.6 DCF-taulukko

Kun kaikki kuormat ja kuormitusyhdistelmät on määritetty, luodaan DCF (*Design Combination of Forces*) taulukko (kuva 2.13). Taulukossa kerätään jokaisen kuormitustapauksen kaikki kuormat. Jokaiselle kuormalle annetaan oma kuormitustyyppi. Valikossa on muutama vakio kuormitustyyppi:

- pysyvä kuorma (esim. oma paino)
- muuttuva kuorma
- muuttuva lyhytaikainen kuorma
- nosturikuorma
- jarrukuorma
- maanjäristys
- erikoiskuorma (muu kuin maanjäristys)
- hetkellinen kuorma
- staattinen tuulikuorma, joka sisältää pulsaation.

Kuormitusyhdistelmien määrittäessä otetaan huomioon kuormien loogiset riippuvuudet. On olemassa kolme kuormien ryhmää.

- riippumattomat kuormat (esimerkiksi rakenteen oma paino ja hyötykuorma)
- vaihtoehtoiset kuormitussuunnat (esimerkiksi tuuli eri suunnista)
- myötäiset kuormat (esimerkiksi nosturin kuorma ja jarrukuorma).

Myös on mahdollisuus merkittää kuorman vaihtelevan merkin kun sen itseisarvo on sama.

Design combinations of forces (DCF)

Loading # 1 OK Close

Loading name Loading 1 Default... Cancel

Loading type Dead (0) Help

of group of integrated temporary loadings 0

Account of sign variability

of the group of mutually exclusive loadings 0

of the accompanying loadings 0 0

Load factor 1.10

Duration coefficient 1.00

Restrictions for cranes and brakes

Crane Brake

DCF coefficients

1	2	3	Column ## of DCF coef.
# of loading	1-st main combination	2-nd main combination	Special combination
1 ->	1.00	1.00	0.90

Summary table for DCF calculation:

Name #	DCF parameters	DCF coefficients
1 Loading 1	< 0 0 0 0 0 0 1.10 1.00 >	< 1.00 > < 1.00 > < 0.90 >

Kuva 2.13. DCF-taulukko

Kun kuorman tyyppi on valittu, ohjelma automaattisesti antaa kuormalle oman varmuuskertoimen voimassa olevien suunnitteluohjeiden mukaan; tarvittaessa tämän kertoimen voi muuttaa.

LIRA 9.2 antaa mahdollisuuden määrittää kuormitusyhdistelmät seuraavien ohjeiden mukaan: SNiP 2.01.07-85 (Venäjä, SNG), Eurokoodi ACI 318-95 (EU), IBC-2000 (USA), BAEL-91 (Ranska).

2.2.7 Rakenteen analyysi

Kun rakenne on mallinnettu elementtikaavan muodossa, solmujen siirtyminen voidaan määrittää lineaariyhtälöryhmän $AX = B$ ratkaisemalla, missä:

A – symmetrinen $N*N$ kokoinen matriisi;

B – oikean puolen matriisi, jonka koko on $N*k$ (k – kuormitustapausten määrä);

X – siirtymien matriisi, joka on $k*N$ kokoinen.

Rakenteen analyysi suoritetaan käskyllä Analysoi tehtävä (*Analyse problem*).

2.2.8 Merkkisäännöt

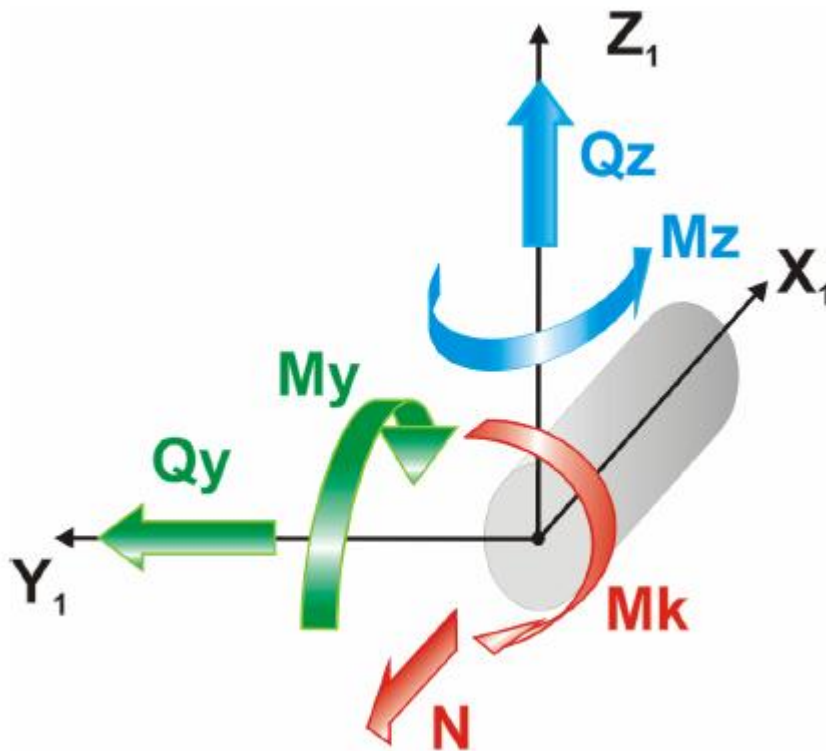
Laskujen tuloksien käsittelyssä käytetään seuraavia merkkisääntöjä.

Lineaariset siirtymät ovat positiiviset, jos niiden suunta on sama kuin solmun vastaavien koordinaattiakselien suunta.

Kääntökulmat ovat myönteiset, jos kääntö on vastapäivään.

Taulukko 2.1

Tunnus	Suhteutus	Kuvaus	Rasitus on myönteinen
N	F	Normaalivoima	Veto
M_k	FL	Vääntömomentti X -akselin ympäri	Myötäpäivän vastainen vääntö, katseen suunta X -akselin kärjestä
M_y	FL	Taivutusmomentti Y -akselin suhteen	”Alapinnan” veto Z -akselin suhteen
Q_z	F	Z -akselin suuntainen leikkausvoima	Akselin Z_1 samansuuntaisuus sauvan pään poikkileikkauksessa
M_z	FL	Taivutusmomentti Z -akselin suhteen	Myötäpäivän vastainen vääntö
Q_y	F	Y -akselin suuntainen leikkausvoima	Akselin Y_1 samansuuntaisuus sauvan pään poikkileikkauksessa

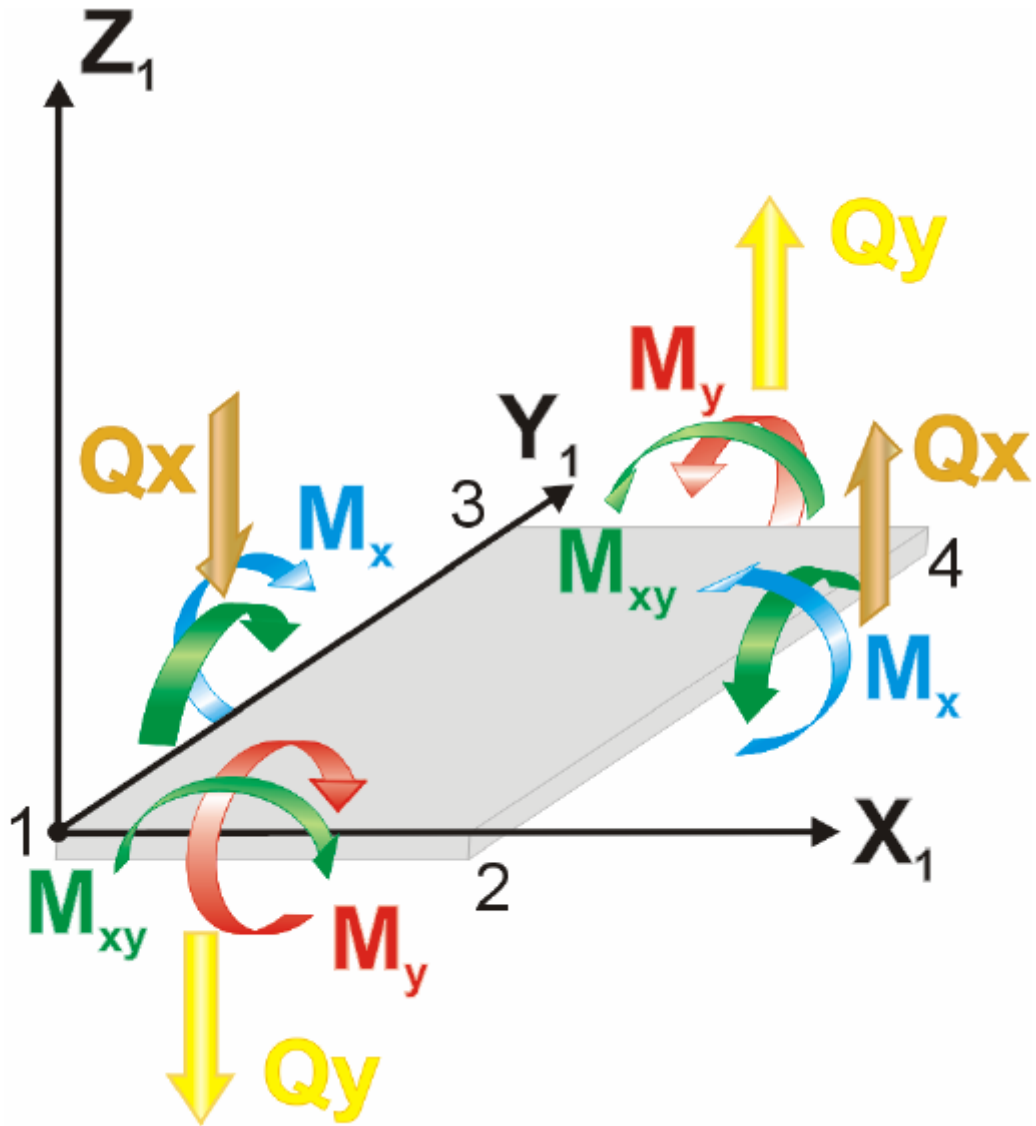


Kuva 2.14. Sauvassa vaikuttavien rasitusten merkisääntö

Laatoissa vaikuttavien rasitusten merkisääntö on taulukon 2.2 mukainen

Taulukko 2.2

Tunnus	Suhteutus	Kuvaus	Rasitus on myönteinen
M_x	FL/L	Momentti, joka vaikuttaa X -akselin kohtisuorassa poikkileikkauksessa	”Alapinnan” veto
M_y	FL/L	Momentti, joka vaikuttaa Y -akselin kohtisuorassa poikkileikkauksessa	”Alapinnan” veto
M_{xy}	FL/L	Vääntömomentti	Linjan 1 – 4 kaarevuus, kupera pinta alaspäin
Q_x	F/L	Pystysuora leikkausvoima, joka vaikuttaa X -akselin kohtisuorassa poikkileikkauksessa	Akselin Z_1 samansuuntaisuus elementin osassa, jossa puutuu solmu 1
Q_y	F/L	Pystysuora leikkausvoima, joka vaikuttaa Y -akselin kohtisuorassa poikkileikkauksessa	Akselin Z_1 samansuuntaisuus elementin osassa, jossa puutuu solmu 1
R_z	F/L^2	Paino maaperään	Maaperän veto



Kuva 2.15. Laatoissa vaikuttavien rasitusten merkisääntö

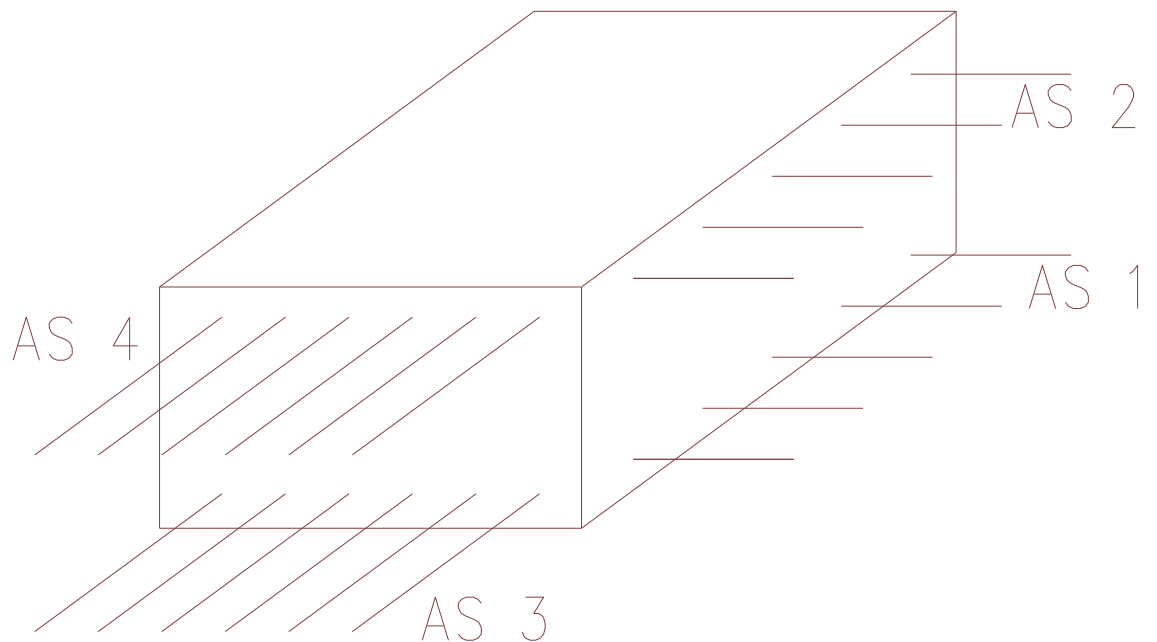
Laskujen tulokset esitetään graafisesti ja taulukoiden muodossa.

2.3 LIR-ARM-ohjelma

LIR-ARM (*Reinforced concrete structures*) moduulin avulla voidaan suunnitella palkkien, laattojen, seinien ja kuorirakenteiden raudoitus ja tarkistaa olemassa sen suunnitteluohjeen SNIP 2.03.01-84* (Betoni- ja teräsbetonirakenteet) mukaan. Tarvittaessa ohjelma voi käyttää muita voimassa olevia ohjeita. Ohjelma määrittää terässauvojen vähimmäismäärän ja sijainnin (poikkileikkauksen painopiste) halkeamien leveyden mukaan. Yleensä halkeamien lyhytaikaisen avaamisen leveyden sallittu arvo on 0,4 mm ja pitkäaikainen leveys 0,3 mm, mutta on mahdollista asentaa myös omat vaatimukset.

Laattojen raudoitus suunnitellaan seuraaville rasituksille: M_x , M_y , M_{xy} , Q_x ja Q_y .

Kuvassa 2.16 on esitetty elementin raudoituksen kaava.



Kuva 2.16. Terässauvojen suunnat laatoissa

AS1 – alapinnan raudoituksen leikkauspinta-ala X suunnassa;

AS2 – yläpinnan raudoitus X suunnassa;

AS3 – alapinnan raudoitus Y suunnassa;

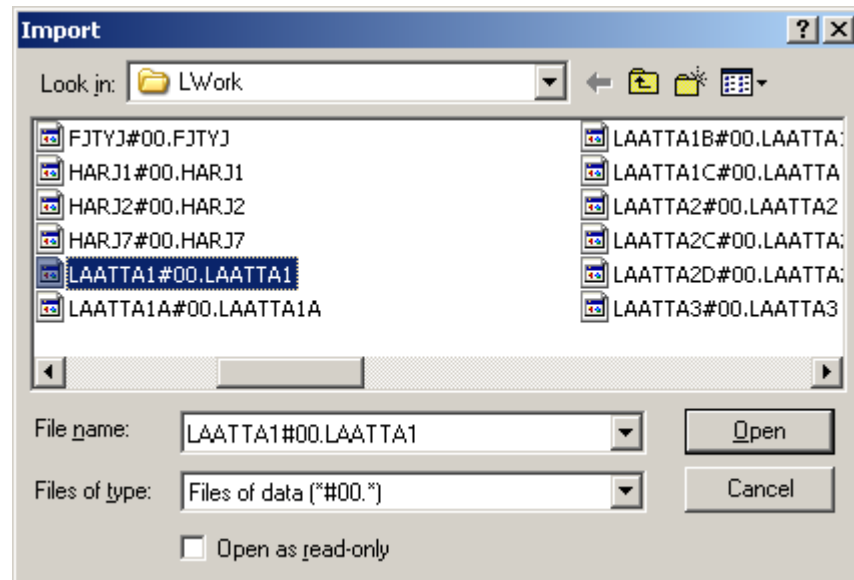
AS4 – yläpinnan raudoitus Y suunnassa.

Tarvittaessa ohjelma antaa poikittaisteräsmäärät: ASW1 – poikittainen raudoitus X suunnassa ja ASW2 – poikittaisraudoitus Y suunnassa.

Teräsmäärän laskennassa tarkistetaan laatan lujuus ja halkeamien avaamisen leveys. Laskun tulokset esitetään graafisesti ja taulukoissa HTML, DOC XLS ja PDF muodossa. Tarvittaessa voidaan saada tiedot jokaisen elementin teräksistä (leikkauspinta-alat, sauvojen painopisteiden sijainti, katkaisupaikat).

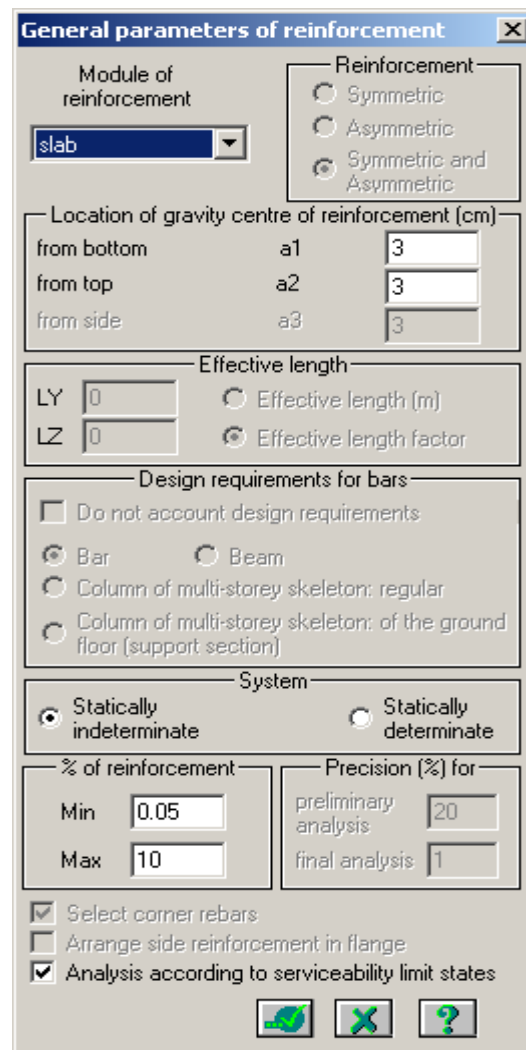
Mikäli teräsmäärä ylittää 5 % laatan tilavuudesta, ohjelma suosittelee lisäämään laatan paksuutta tai nostaa materiaalien luokat.

LIR-ARM käynnistetään kun rakenteen analyysi on suoritettu; analyysin tulokset tuodaan ohjelmaan käskyllä Tuo tehtävä (*Import problem*) ja valintaikkunasta valitaan oikea tiedosto (kuva 2.17).



Kuva 2.17. Elementin tuonti LIR ARM ohjelmaan

Sen jälkeen määritetään raudoituksen keskeiset ominaisuudet: rakenteen tyyppi (palkki, laatta, kuorirakenne), betonilaatu ja raudoitus (kuvat 2.18, 2.19, 2.20).



Kuva 2.18. Rakenteen tyyppin määrittäminen

Kuvassa 2.18 esitetään rakennetyypin valintaikkunan oletusarvot.

Betonin ominaisuudet valitaan valintaikkunasta Materiaaliominaisuudet (betoni) [*Material properties (concrete)*].

Material properties (concrete)

Class of concrete: B25 Type of concrete: heavyweight

Grade of lightweight concrete by average density D: []

Width of crack propagation (mm):
 short-term: 0.4
 long-term: 0.3

Accidental eccentricities (cm):
 along section height EY: 0
 along section width EZ: 0

Process of hardening:
 natural hardening
 thermal treatment
 autoclave treatment

Service conditions for the structure:
 standard
 favourable for increase of concrete strength




Coefficients:
 Product of coefficients from table 15 SNIP 2.03.01-84* (except Yb2 and Yb4): 1
 Coefficient Yb4 from table 15 SNIP 2.03.01-84*: 1

Normative and design parameters:
 Concrete class: B25
 Initial modulus of elasticity: 3.1e+006 t/m²
 Design axial compression strength: 1480.0 t/m²
 Design axial tensile strength: 107.0 t/m²
 Normative axial compression strength: 1890.0 t/m²
 Normative axial tensile strength: 163.0 t/m²
 Loss in prestress of reinforcement from concrete shrinkage: 3931.0 t/m²

Accept by default [Globe] [X] [?]

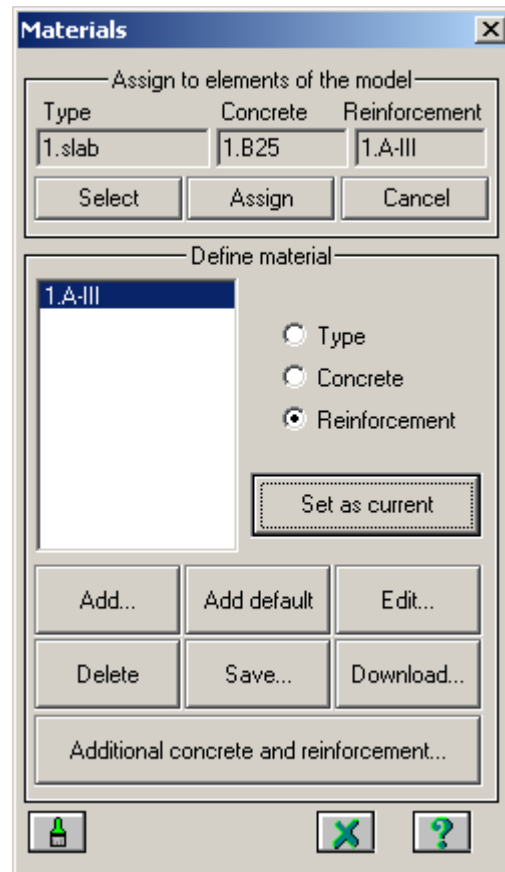
Kuva 2.19. Betonilaadun määrittäminen

Material properties (reinforcement)

Longitudinal reinforcement along X	Longitudinal reinforcement along Y	Transverse reinforcement	Max diameter (mm)
A-III	A-III	A-I	40
Max number of rebars in corners of section			1
Account of earthquake load			
Coefficient from table 7 SNIP II-7-81			1
Partial safety factor for inclined sections (table 7 SNIP II-7-81)			1
Partial safety factor for reinforcement (product of coefficients from table 24 SNIP 2.03.01-84*)			1
Building codes			
SNIP 2.03.01-84*			
Class of reinforcement according to SNIP 2.03.01-84*. Quality of reinforcement is stipulated in: A1...A6 - GOST 5781-82, GOST 380-71; A7-VII - GOST 10884-94; B1,Bpl - GOST 6727-80; BII,Bpll - GOST 7348-81.			
Normative and design parameters			
Class of reinforcement: A-III Modulus of elasticity: 2e+007 t/m ² Design tensile strength of longitudinal reinforcement: 37500.0 t/m ² Design tensile strength of transverse reinforcement: 30000.0 t/m ² Design compression strength: 37500.0 t/m ² Normative tensile strength: 40000.0 t/m ² ----- Class of reinforcement: A-I Modulus of elasticity: 2.1e+007 t/m ²			
Accept by default			
			

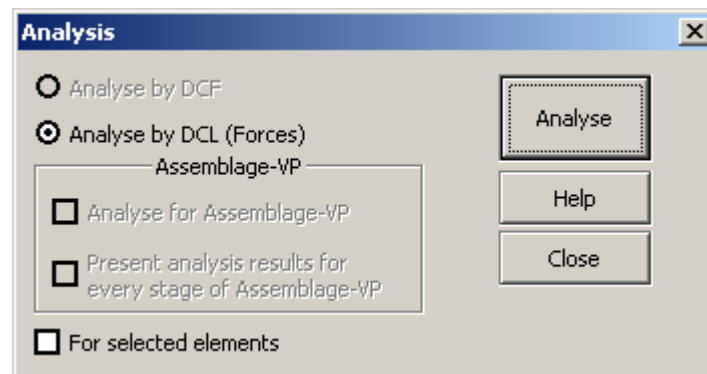
Kuva 2.20. Raudoituksluokan määrittäminen

Kun materiaalin ominaisuudet ovat valittu, ne määritetään rakenteen elementeille (kuva 2.21).



Kuva 2.21. Materiaalit valintaikkuna

Sen jälkeen voidaan suorittaa raudoituksen analyysi (kuva 2.22).



Kuva 2.22. Raudoituksen analyysin valintaikkuna

Analyysin tulokset voidaan saada elementtikohtaisesti (kuva 2.23), taulukkojen muodossa (kuva 2.24) tai graafisesti (ks. esimerkkilaattojen laskut).

LAATTA1-[Main model]

Element: 60 Section: Arrangement angle: 0

Type: 11 Categ.: Area
 UG: 0
 STE: 0 USTE: 0
 Mode1: 105 Mode2: 105

Property, materials: 1. Plate H 18
 Type: 1.slab
 Concrete: 1.B25
 Reinforcement: 1.A-III

Thickness of plate: H=0.180 m

Area, gravity centre: S=0.25 m²m
 cx=2.75 cy=4.75 cz=0 m

Grav. centre of reforc.: a1=0.03; a2=0.03 m.

Longitudinal reinforcement

Reinfo...	AU1	AU2	AU3	AU4

Reinfo...	AS1	AS2	AS3	AS4	%
Total	6.08	0.90	0.90	0.90	
Strength	6.08	0.90	0.90	0.90	

Transverse reinforcement

Spacing ...	ASW1	ASW2
Total	0.000	0.000

Crack width

Short...	Long...
0.01	0.01

Select element Combinations

Kuva 2.23. Kaikki tiedot elementin raudoituksesta

Create tables of analysis res...

Elements

Bars Plates

For all elements
 For selected elements
 For element #

Table - on the screen

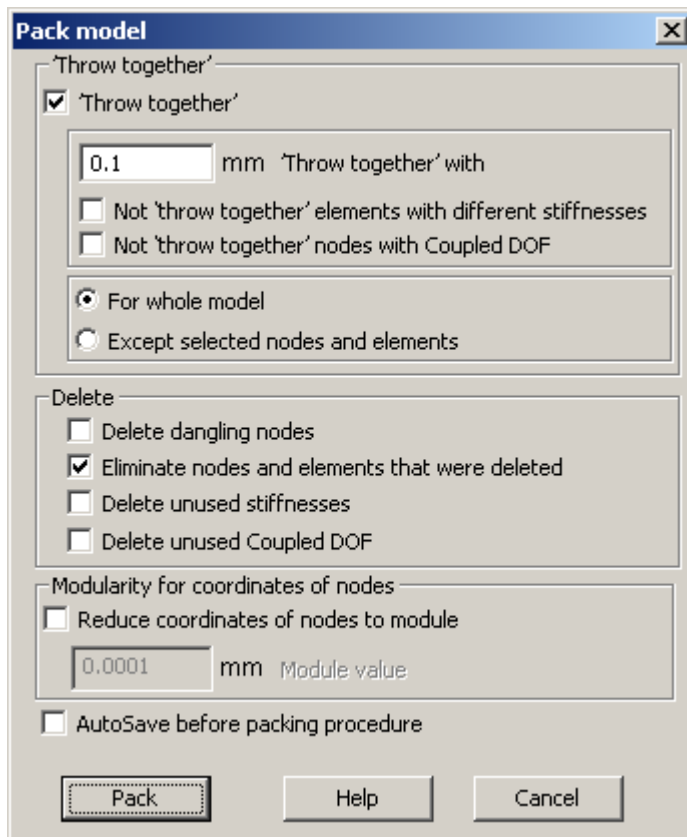
Close Help

Kuva 2.24. raudoituksen taulukon luominen

Kaikki saadut raudoituksen taulukot voidaan tallentaa Excel- ja PDF -muodossa.

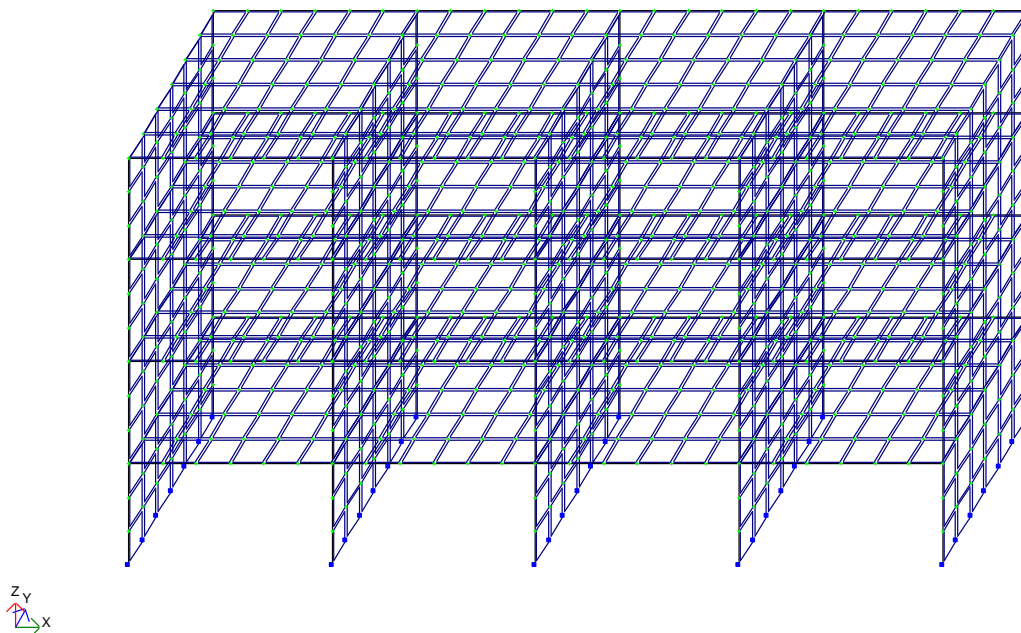
2.4 Mallin pakkaus

LIRA ohjelmassa on mahdollisuus automaattisesti ”pakata” mallin yhteen käskyn Pakkaa malli (*Pack model*) avulla. Kuvassa 2.25 esitetään *Pack model* valintaikkuna ja kuvassa 2.26 – pakattu kerrostalon lohkon malli.



Kuva 2.25. Mallin pakkaus valintaikkuna

Loading 3



Kuva 2.26. Pakattu kerrostalon lohkon malli

3 ESIMERKKILAATTOJEN MITOITUS

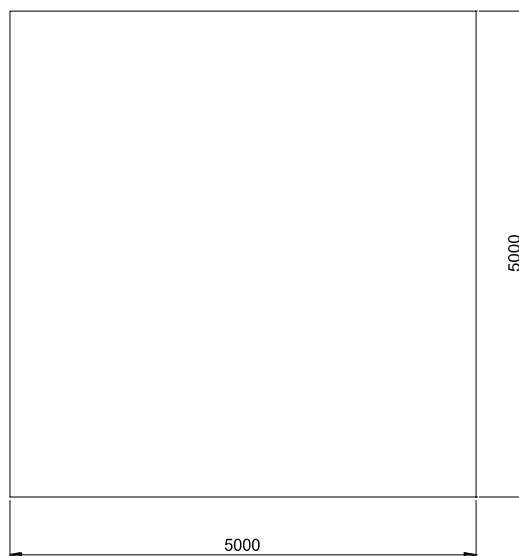
3.1 Lähtötiedot

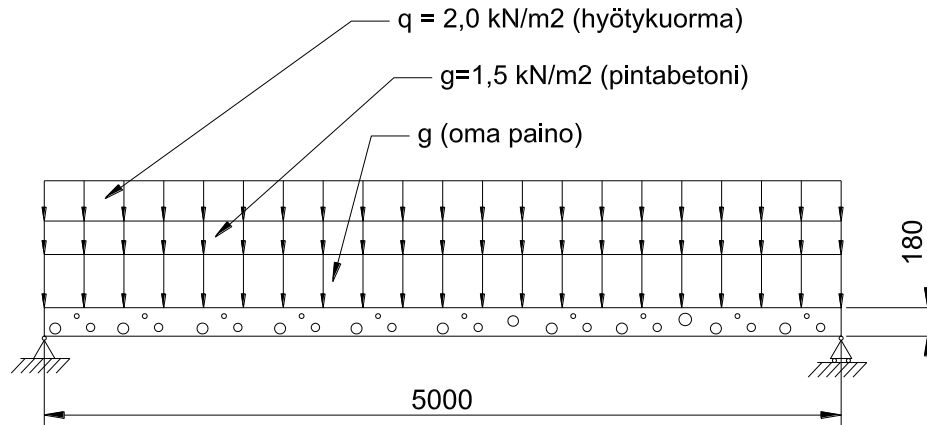
Tässä työssä mitoitetaan tavallinen kerrostalon välipohjan betonilaatta, jolla on seuraavat ominaisuudet:

- Mitat 5 000x5 000x180 mm (kuva 3.1);
- Materiaalin ominaisuudet: raskasbetoni, ominaispaino 27,5 kN/m³; kimmomoduuli 30 GPa; Poissonin kerroin 0,2.
- Kuormat: laatan oma paino, pintavalu, jonka paino on 1,5 kN/m² ja hyötykuorma 2,0 kN/m².
- Kiinnitystapaukset:
 - 1) Laatta on tuettu kahdelta sivultaan.
 - 2) Laatta on tuettu kolmelta sivultaan.
 - 3) Laatta on tuettu neljältä sivultaan.

Kaikki tuet ovat nivelellisiä (käännös on sallittu).

Käsinlasku on suoritettu J. Hahnin teoksen Durchlaufträger: Rahmen und Platten mukaan.

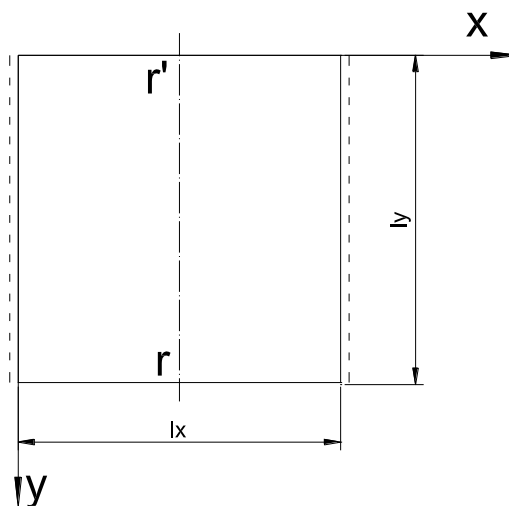




Kuva 3.1. Mitoittava laatta

3.2 Tapaus 1.

Laatan tuenta kahdelta sivultaan (kuva 3.2).



Kuva 3.2. Laatta 1

Oman painon kuorma:

$$g = \rho h = 27,5 \text{ kN/m}^3 * 0,18 \text{ m} = 4,95 \text{ kN/m}^2$$

Laatassa 1 esiintyy vain tasaiset kuormat, siis laatassa vaikuttava maksimimomentti lasketaan kertoimen K avulla:

$$K = q l_x l_y,$$

missä q – tasainen kuorma; l_x ja l_y – laatan mitat X ja Y suunnassa.

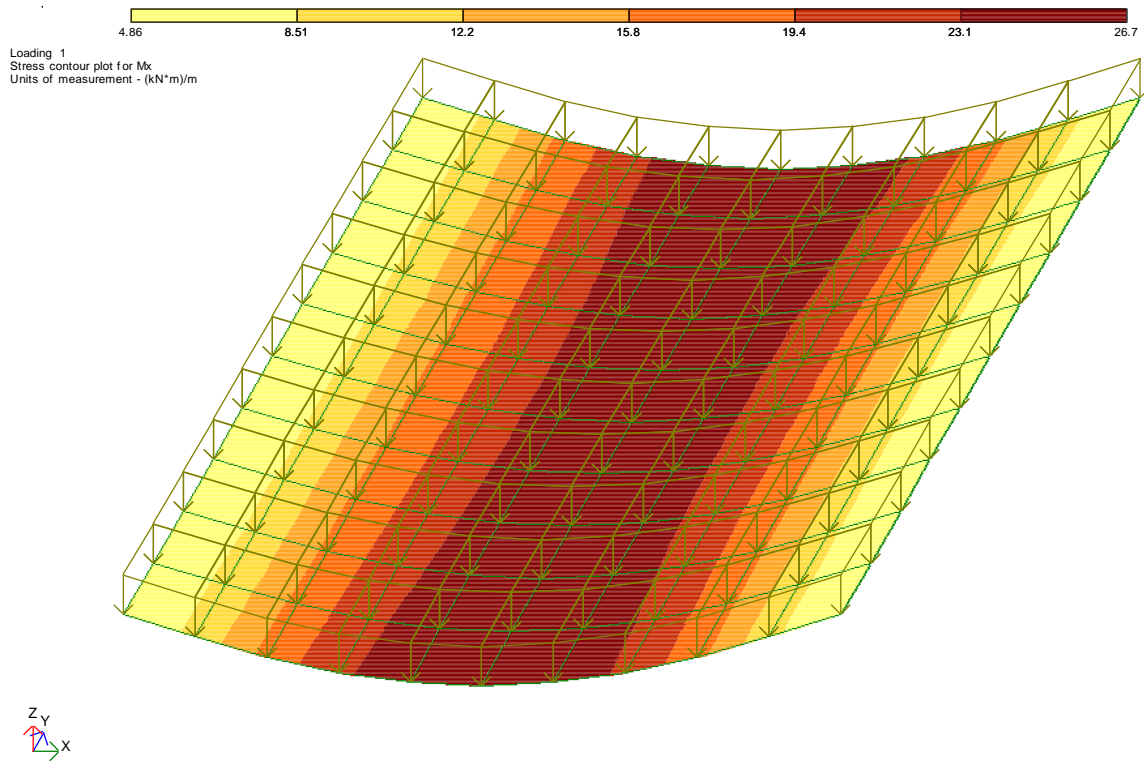
$$M_r = \frac{K}{8\varepsilon},$$

$$\text{missä } \varepsilon = \frac{l_x}{l_y} = \frac{5 \text{ m}}{5 \text{ m}} = 1;$$

$$M_r = \frac{K}{8\varepsilon} = \frac{4,95 + 2,0 + 1,5}{8} \text{ kN/m}^2 \cdot 5\text{m} \cdot 5\text{m} \approx 26,4 \text{ kN} \cdot \text{m} / \text{m}.$$

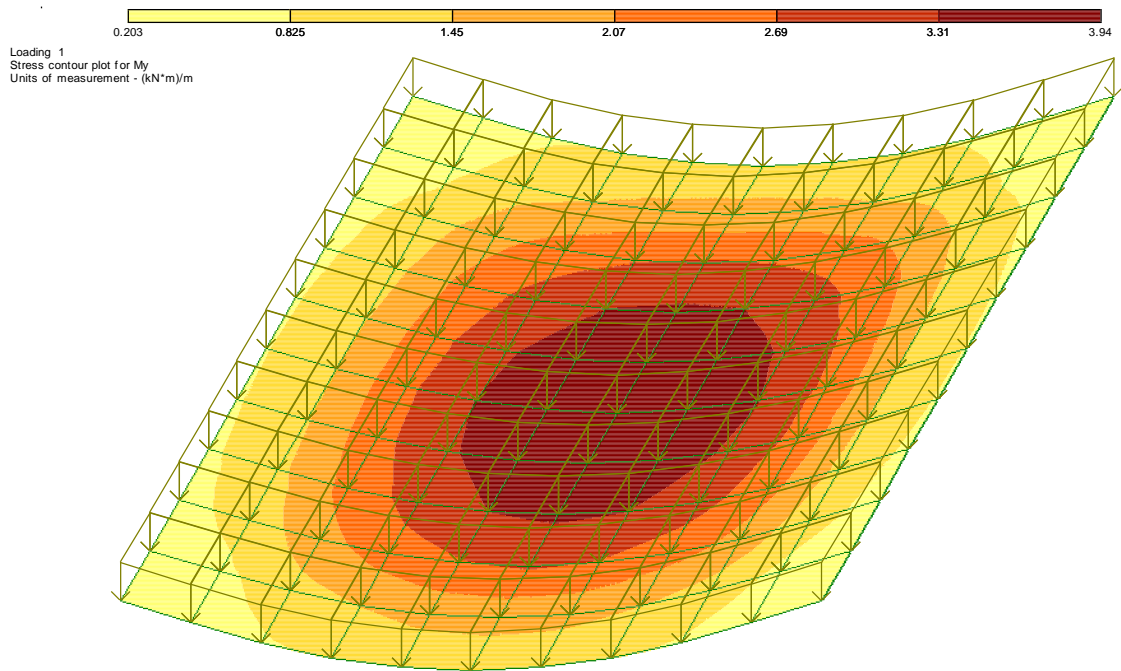
LIRA ohjelman antama suurin momentti on $26,7 \text{ kN} \cdot \text{m} / \text{m}$; FEM antaa $27,96 \text{ kN} \cdot \text{m} / \text{m}$.

Kuvissa 3.3 – 3.6 voi nähdä LIRA :n tulokset graafisessa muodossa.

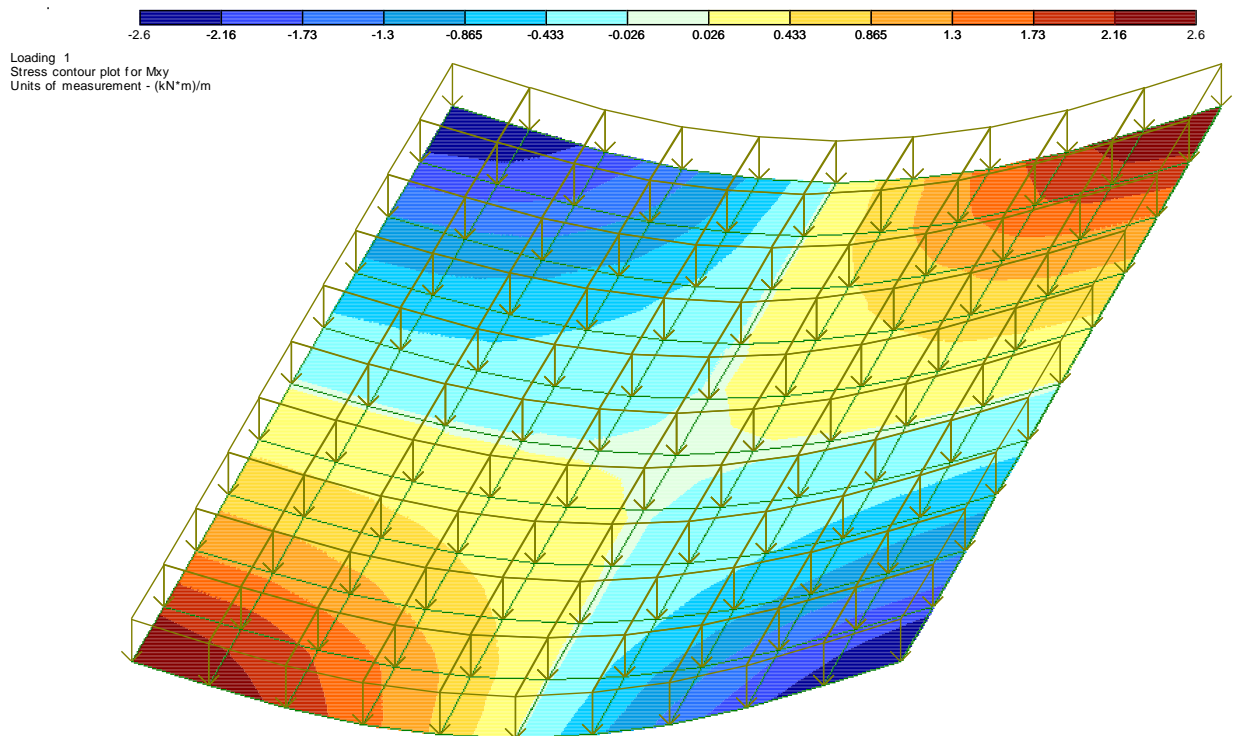


Kuva 3.3. Laatan 1 taivutusmomentti M_x

Kuvissa 3.4 ja 3.5 esitetään vastaavasti taivutusmomentin M_y ja vääntömomentin M_{xy} kentät. Käsilaskumenetelmässä ei ole näiden momenttien laskun ohjeita, koska niiden arvo on pieni taivutusmomentin M_x arvon verrattuna.



Kuva 3.4. Laatan 1 taivutusmomentti M_y



Kuva 3.5. Laatan 1 vääntömomentin M_{xy} momenttikenttä

Laatan 1 taipumat ja käänkökulmat

Laatan taipuman likiarvo voi saada kaavasta

$$\omega = \frac{5}{384} \frac{ql_x^4}{EI},$$

missä $I = \frac{l_y h^3}{12}$ – laatan jäyhyysmomentti Y -akselin suhteen;

$q = 8,45 \text{ kN/m}^2 \cdot 5 \text{ m}$ – lineaarisesti jakautunut kuorma;

h – laatan korkeus;

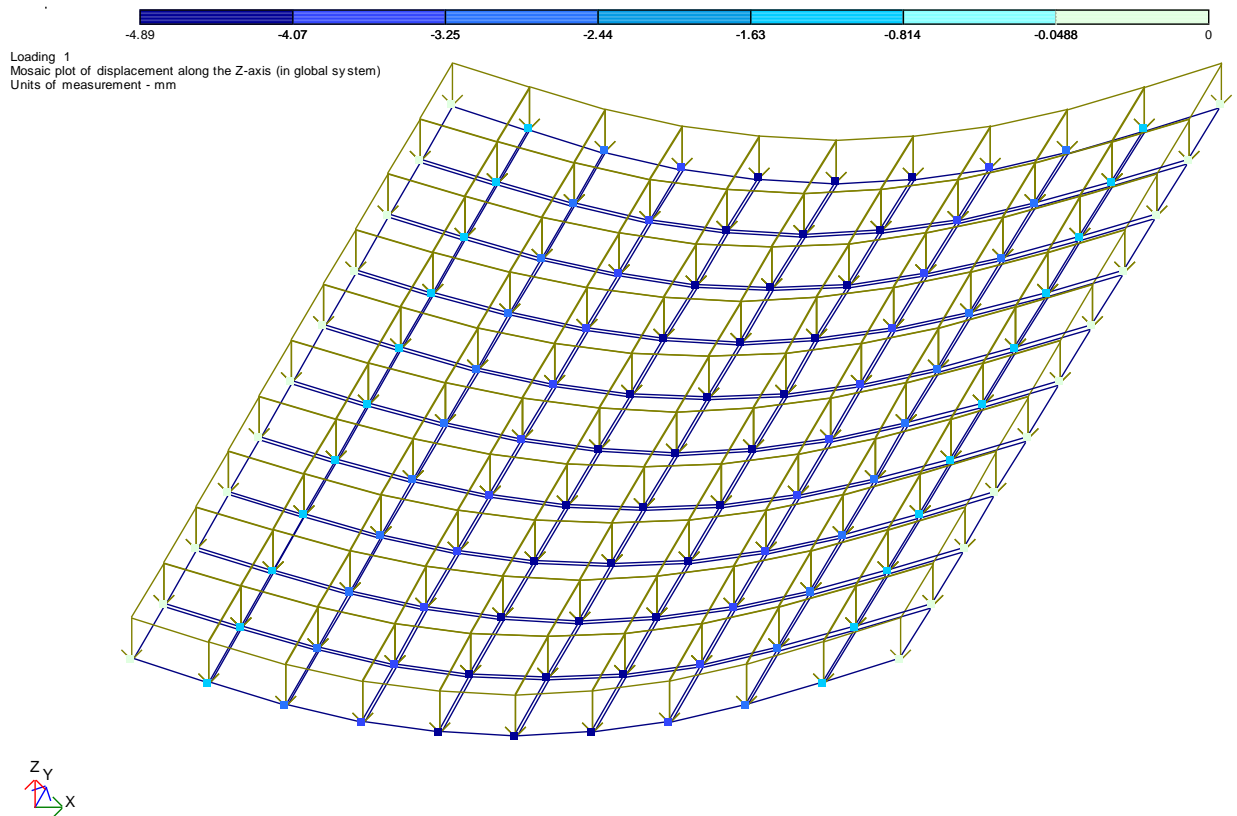
$E = 30 \cdot 10^9 \text{ Pa}$ – betonin kimmokerroin;

l_x – laatan pituus X -akselin suunnassa.

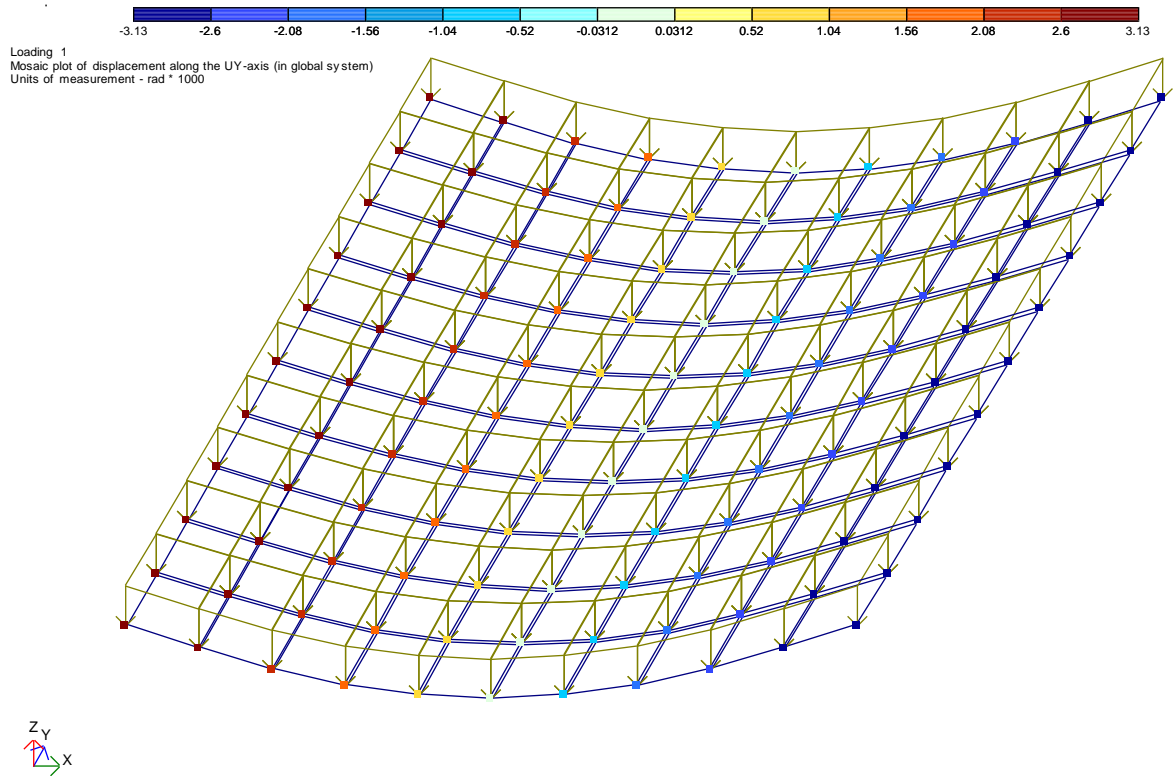
Siis, laatan taipuma on

$$\omega = \frac{5}{384} \frac{q l_x^4}{EI} = \frac{5}{384} \frac{q l_x^4}{E \frac{l_x h^3}{12}} = \frac{5}{32} \frac{q l_x^3}{E h^3} = \frac{5 \cdot 8450 \text{ N/m}^2 \cdot 5 \text{ m} \cdot 5^3 \text{ m}^3}{32 \cdot 30 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2 \cdot 0,18^3 \text{ m}^3} = 4,71647 \cdot 10^{-3} \text{ m} \approx 4,72 \text{ mm}$$

LIRA antaa suurimman taipuman arvo 4,89 mm (kuva 3.6); FEM – ohjelma antaa 4,76 mm.



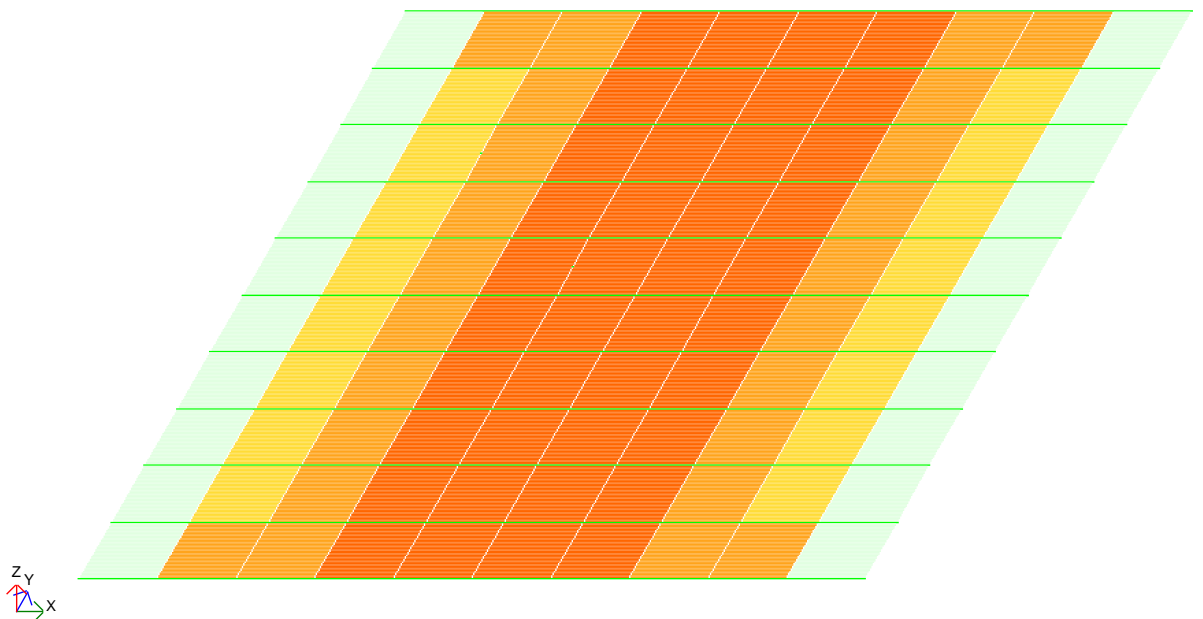
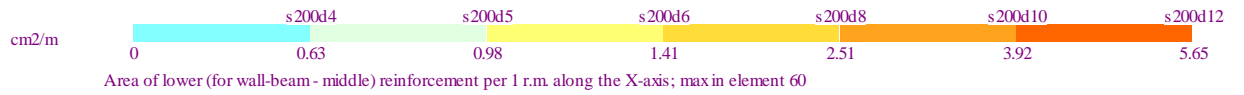
Kuva 3.6. Laatan 1 taipumat



Kuva 3.7. Laatan 1 kääntökulmat UY -akselin suhteen

Laatan 1 suurin kääntökulma on $\pm 3,13 \cdot 10^{-3}$ rad.

Laatan 1 raudoitus



Kuva 3.8. Laatan 1 alapinnan raudoitus

Kuvasta 3.8 näkyy, että suurin teräsmäärä X suunnassa on laatan keskiosassa, $565 \text{ mm}^2 / \text{laatan jännemetri}$, eli 5 sauvaa $d 12$.

FEM- ohjelma antaa $465 \text{ mm}^2 / \text{laatan jännemetri}$, tämän eron syy voi olla se, että LIRA määrittää raudoituksen pinta-alan ehdosta, että halkeamien suurin sallittu leveys on $0,3 \text{ mm}$; FEM :n antama halkeamien suurin leveys on $0,41 \text{ mm}$.

Yläpinnan raudoitus ja alapinnan raudoitus Y suunnassa on $98 \text{ mm}^2 / \text{laatan jännemetri}$, eli 5 sauvaa $d 5$ (suunnitteluohjeiden mukainen tarvittava vähimmäisteräsmäärä).

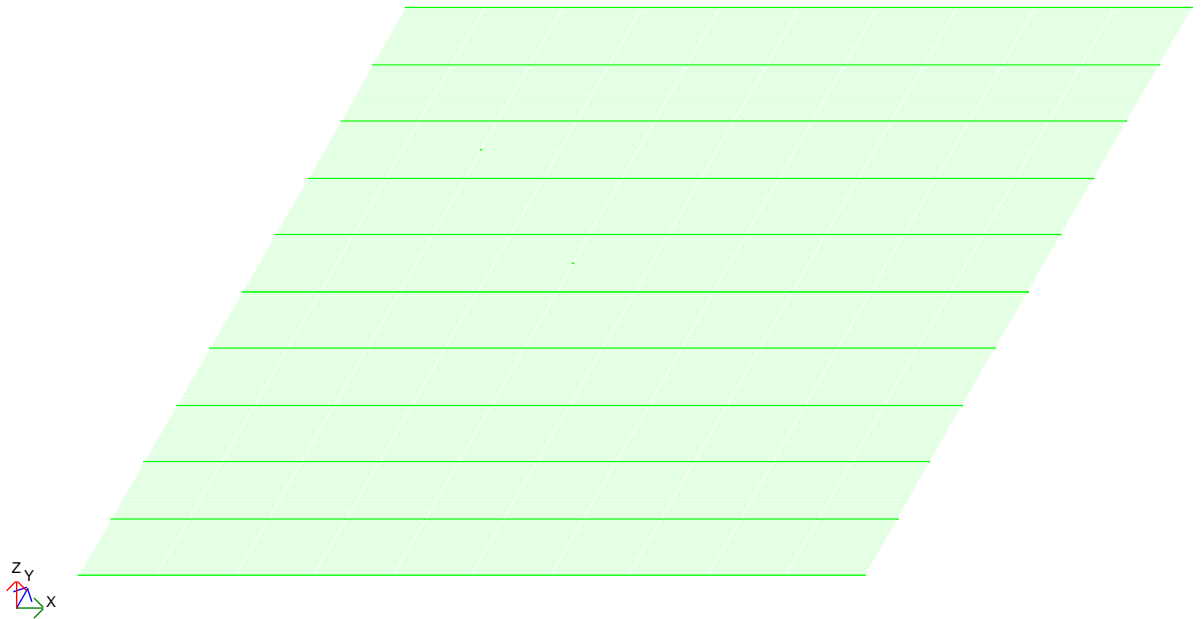
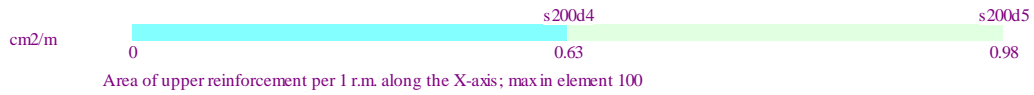
Raudoituksen suunnittelussa käytettiin seuraavia betonin ja teräksen ominaisuuksia:

Betoni:

Betonilaatu	B25
Kimmomoduuli, t/m^2	$E_b = 3060000$
Puristuslujuuden ominaisarvo, t/m^2	$R_{bn} = 1890$
Puristuslujuuden mitoitusarvo, t/m^2	$R_b = 11480$
Vetolujuuden ominaisarvo, t/m^2	$R_{bm} = 163$
Vetolujuuden mitoitusarvo, t/m^2	$R_{bn} = 107$

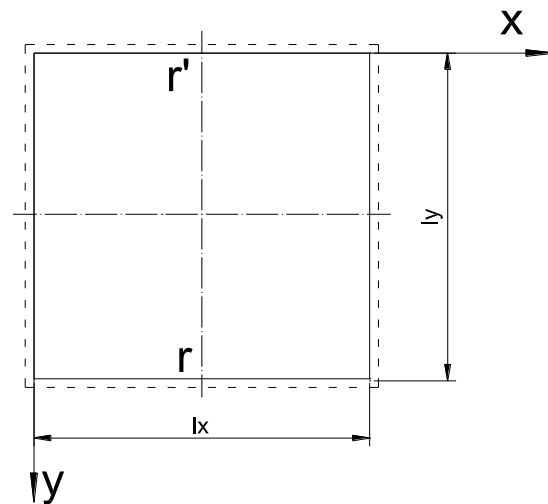
Raudoitus:

Raudoitusluokka	AIII
Kimmomoduuli, t/m^2	$E_s = 20000000$
Pitkittäisteräksen vetolujuuden mitoitusarvo, t/m^2	$R_s = 37500$
Poikittaisteräksen vetolujuuden mitoitusarvo, t/m^2	$R_{sw} = 30000$
Vetolujuuden mitoitusarvo, t/m^2	$R_{sc} = 37500$



Kuva 3.9. Laatan 1 yläpinnan raudoitus X suunnassa

3.3 Laatta 2



Kuva 3.10. Laatta 2

Laatta 2 (kuva 3.10) on ristiin kantava laatta. Meidän tapauksessa laatan suurin taivutusmomentti on

$$M_x = M_y = \frac{ql^2}{24,7} = \frac{8,45 \text{ kN/m}^2 \cdot 5^2 \text{ m}^2}{24,7} = 9,15 \frac{\text{kNm}}{\text{m}} .$$

Lähteen mukaan käytännössä teräsbetonilaatan suurin taivutusmomentti määritetään sen mukaan, onko laatasta asennettu rauditus vääntömomentille vai ei. LIRA laskee raudituksen vääntömomentille M_{xy} , mutta taivutusmomentin määrittäminen tapahtuu ennen raudituksen laskuja, siis käsilaskuissa ei oteta huomioon raudoitusta.

$$M_x = K : m_x ; M_y = K : m_y ,$$

.1, s. 187./

missä m_x – taulukkokerroin, joka ottaa huomioon laatan sivusuhteen;

$$K = ql_x l_y = 8,45kN/m^2 \cdot 5m \cdot 5m = 211,25kN .$$

Kyseessä on laatan sivumittojen suhde $\varepsilon = \frac{l_x}{l_y} = \frac{5m}{5m} = 1$, jolloin kerroin m_x saa arvon 20,2.

$$M_x = M_y = 211,25kN : 20,2 = 10,46 \frac{kNm}{m} .$$

Tapauksessa kun laatasta on asennettu vääntömomentin rauditus:

$$M_x = \alpha K : m_x ; M_y = \alpha K : m_y ,$$

missä α – momenttikerroin, joka ottaa huomioon vääntömomenttia vastaan asennetun raudituksen;

m_x – taulukkokerroin, joka ottaa huomioon laatan sivusuhteen;

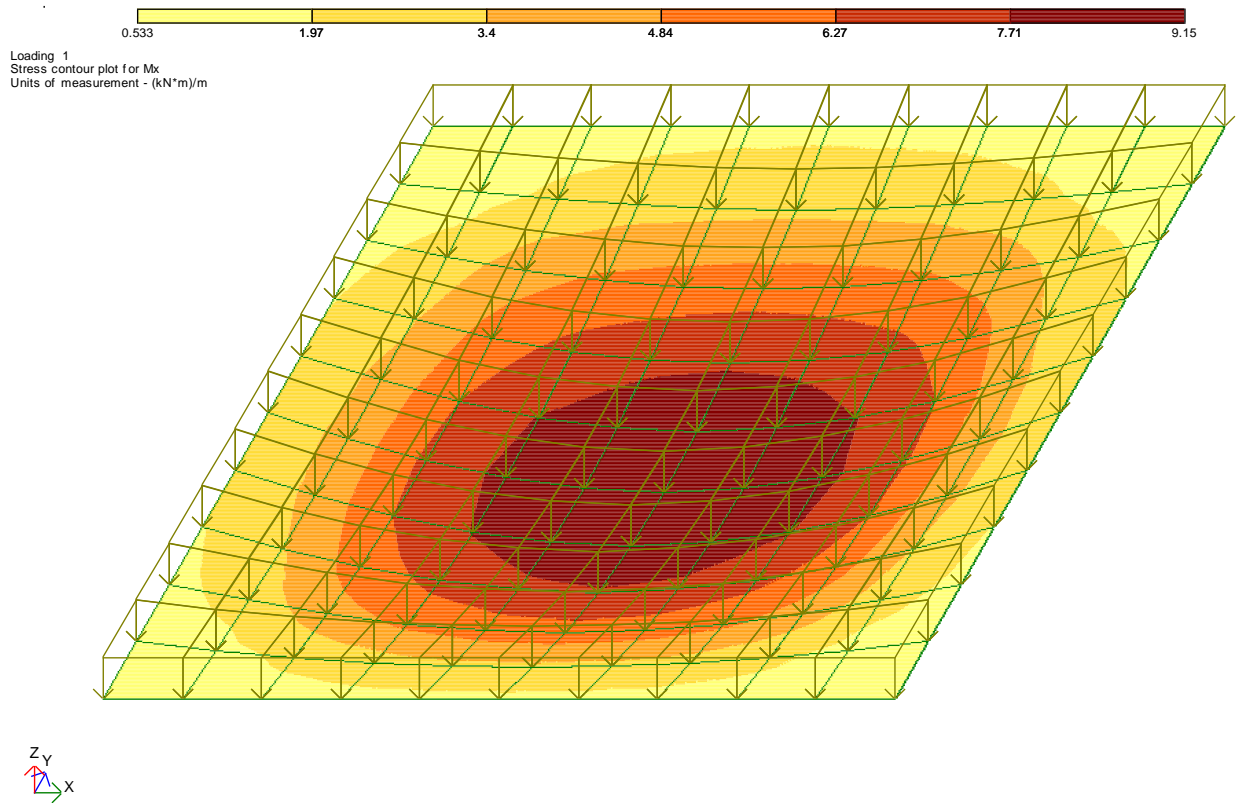
$$K = ql_x l_y = 8,45kN/m^2 \cdot 5m \cdot 5m = 211,25kN .$$

Kyseessä on laatan sivumittojen suhde $\varepsilon = \frac{l_x}{l_y} = \frac{5m}{5m} = 1$, jolloin momenttikerroin α saa arvon $\alpha = 0,74$.

$$M_x = M_y = 0,74 \cdot 211,25kN : 20,2 = 7,74 \frac{kNm}{m} .$$

LIRA antaa arvon $9,15 \frac{kNm}{m}$ (kuva 3.11); FEM antaa $9,61 \frac{kNm}{m}$ (liite 2).

Taivutusmomentti M_y on sama, koska laatta on symmetrinen.



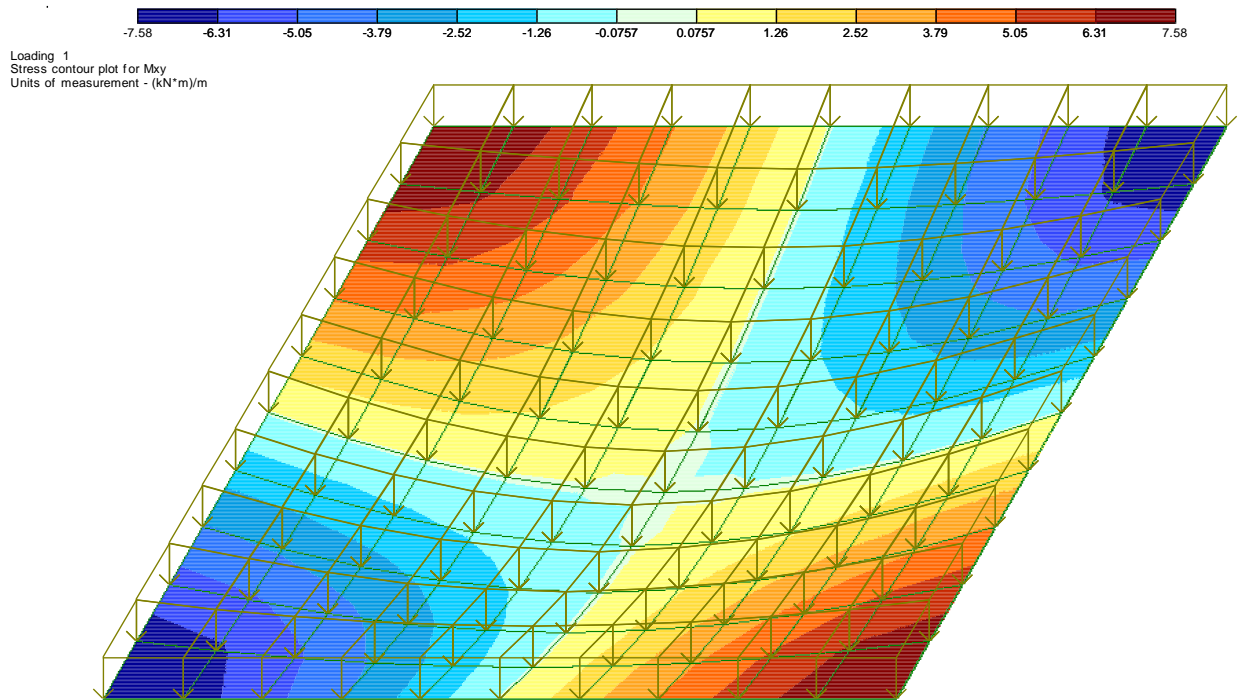
Kuva 3.11. Laatan 2 taivutusmomentti M_x

Vääntömomentti M_{xy} saadaan suoraan kaavasta

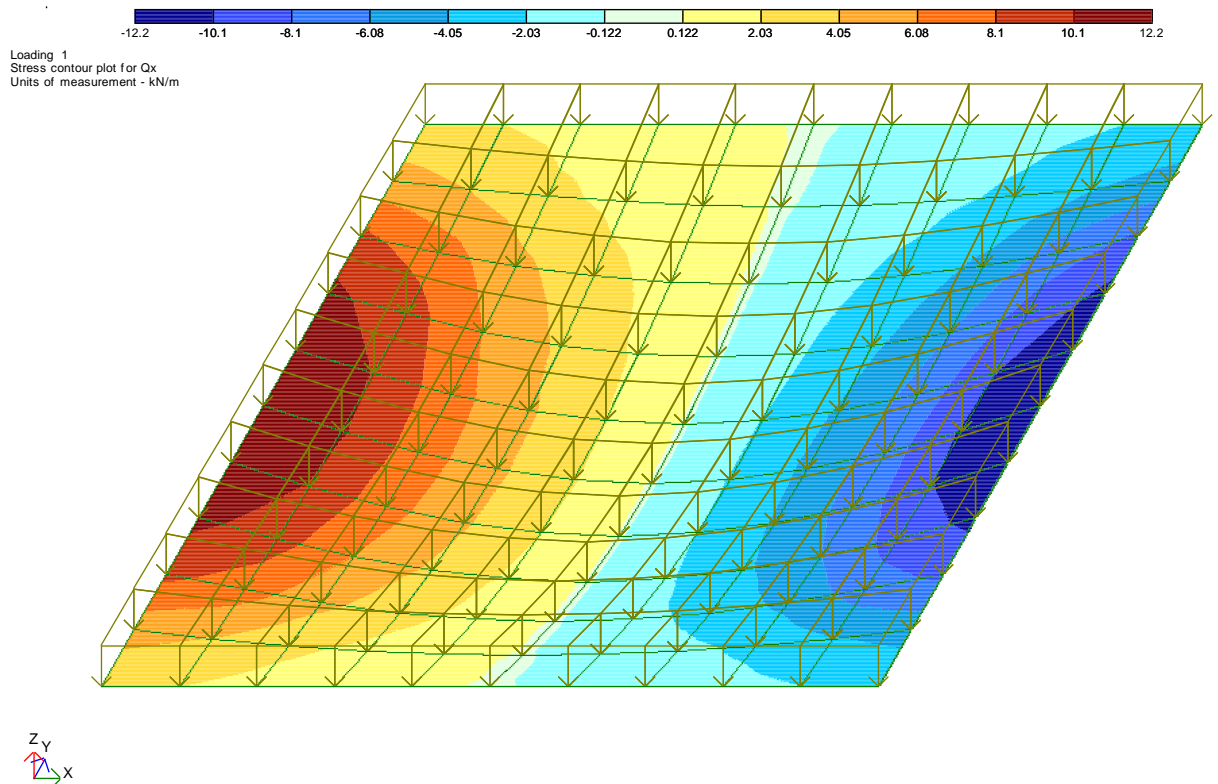
$$M_{xy} = \frac{ql^2}{28,4} = \frac{8,45 \text{ kN/m}^2 \cdot 5^2 \text{ m}^2}{28,4} = 7,44 \text{ kN} \cdot \text{m} / \text{m}.$$

/1, s.189/.

Kuvassa 3.12 esitetään LIRA :n antama vääntömomenttikenttä. Suurin vääntömomentin arvo on 7,58 kNm/m.



Kuva 3.12. Laatan 2 vääntömomentti M_{xy}



Kuva 3.13. Laatan 2 leikkausvoima Q_x

Kuvasta 3.13 näkyy, että suurin leikkausvoima $Q_x = \pm 12,2 \text{ kN/m}$ ja se vaikuttaa laatan reunan keskiosassa; laatan kulmissa leikkausvoima on vähäinen.

Laatan 2 taipumat

Ristiin kantavan laatan suurin taipuma saadaan kaavasta

$$\omega = \frac{q(l_x^4 + l_y^4)}{154EI},$$

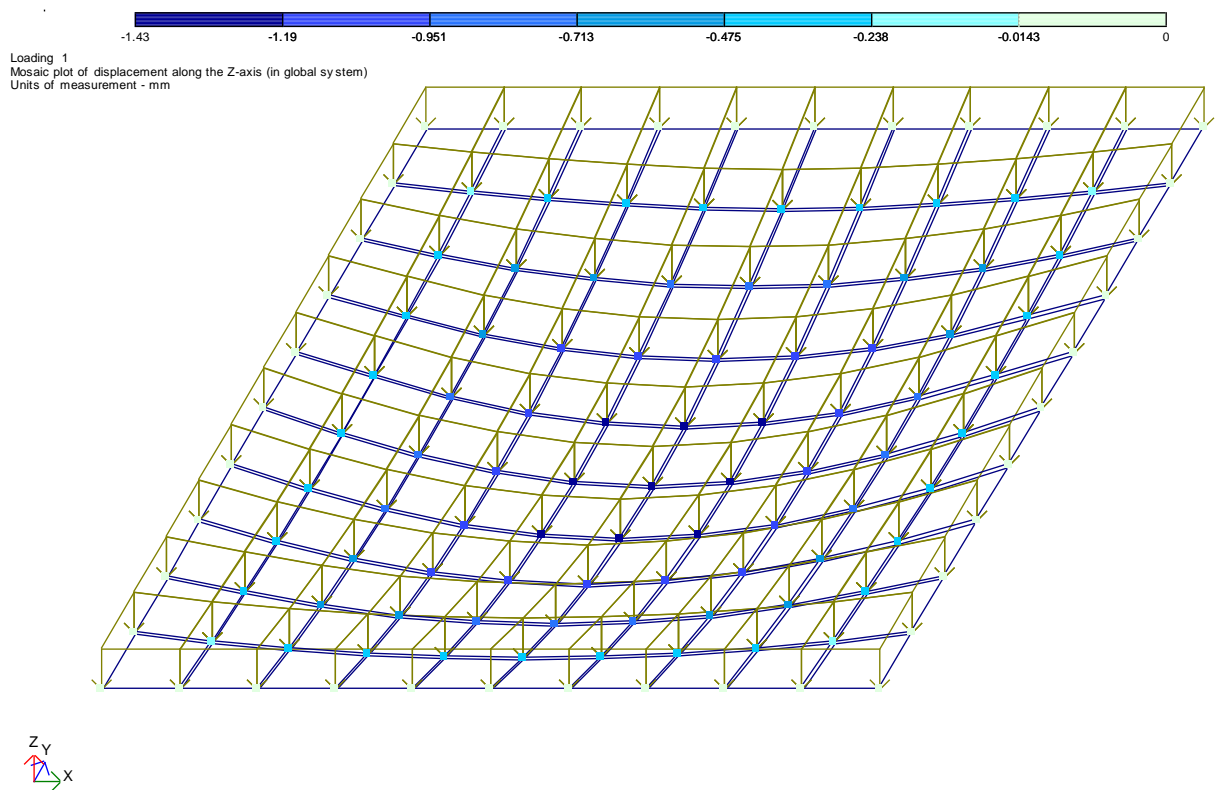
/1, s.192./

missä q – tasainen kuorma, E – materiaalin kimmokerroin, I – laatan poikkileikkauksen jäyhyysmomentti.

$$I_x = \frac{l_x h^3}{12} \text{ ja vastaavasti } I_y = \frac{l_y h^3}{12}; \text{ meidän tapauksessa } l_x = l_y = l \text{ ja } I_x = I_y = I.$$

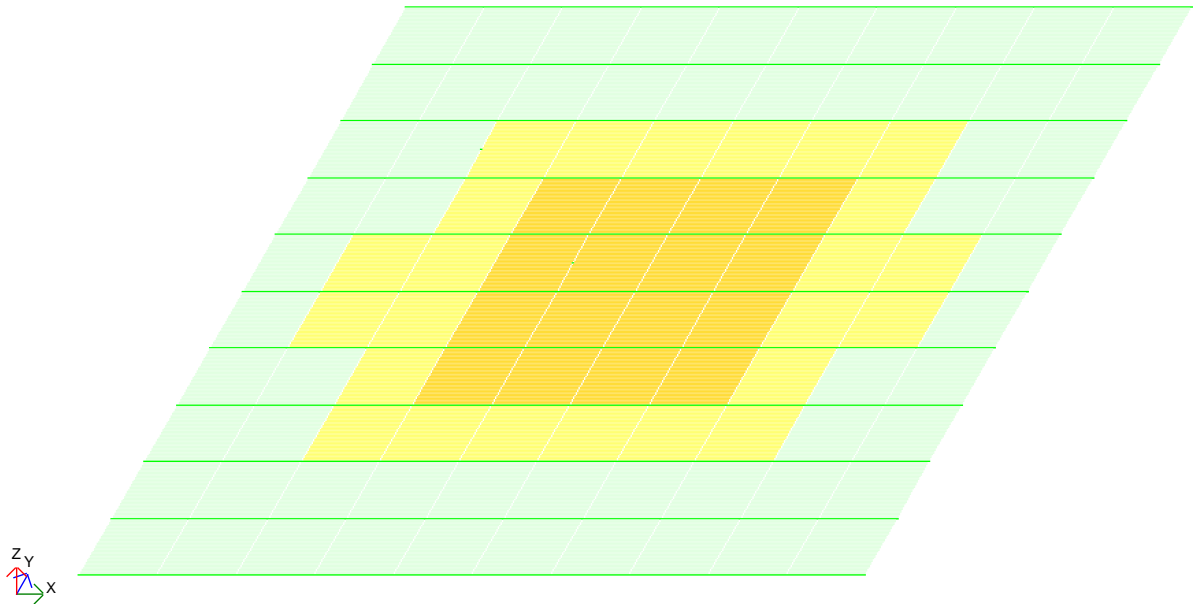
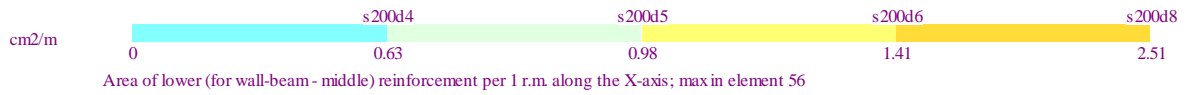
$$\text{Siis } \omega = \frac{q(l_x^4 + l_y^4)}{154EI} = \frac{ql^4}{77EI} = \frac{12ql^3}{77Eh^3} = \frac{12 \cdot 8450 \text{ N/m}^2 \cdot 5^3 \text{ m}^3}{77 \cdot 30 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2 \cdot 0,18^3 \text{ m}^3} = 0,00094 \text{ m} \approx 0,94 \text{ mm}.$$

LIRA antaa arvon 1,43 mm (kuva 3.14), FEM antaa 1,42 mm.



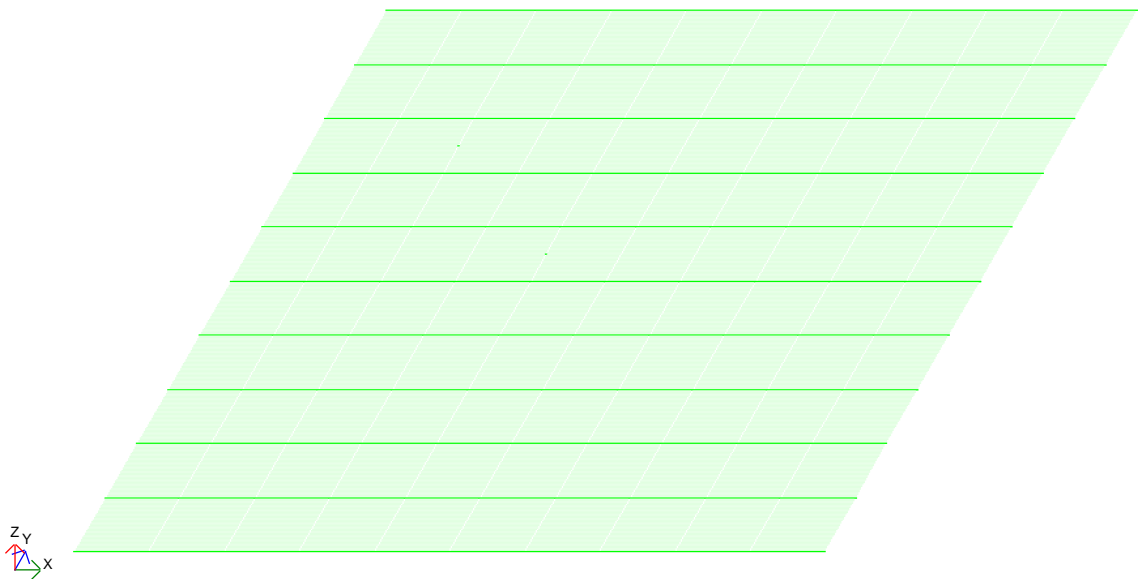
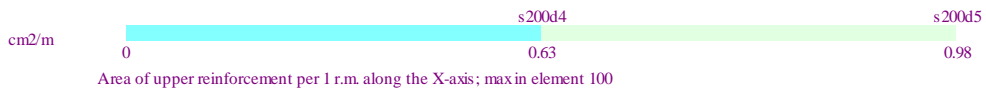
Kuva 3.14. Laatan 2 taipumat

Laatan 2 raudoitus



Kuva 3.15. Laatan 2 alapinnan raudoitus X suunnassa

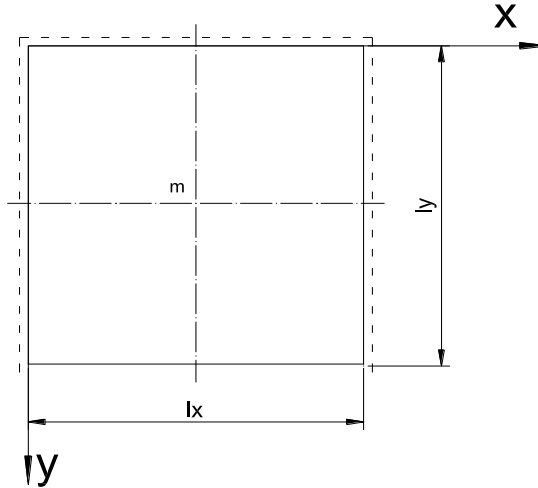
Laatan suurin teräsmäärä on 251 mm^2 / laatan jännemetri, eli 5 sauvaa d 8. X ja Y suunnassa teräsmäärä ja sijainti on sama, sillä kuorma on symmetrinen.



Kuva 3.16. Laatan 2 yläpinnan raudoitus X suunnassa.

Yläpinnan teräsmäärä on sama X ja Y suunnassa, 98 mm^2 / laatan jännemetri, eli 5 sauvaa d 5 (suunnitteluohjeiden mukaan tarvittava vähimmäisteräsmäärä).

3.4 Laatta 3



Kuva 3.17. Laatta 3

Laatan 3 (kuva 3.17) momentit määritetään kertoimen K avulla:

$$K = q l_x l_y,$$

missä q – tasainen kuorma; l_x ja l_y – laatan mitat X ja Y suunnassa.

Laatan reunan kohdalla suurin vaikuttava taivutusmomentti

$$M_{xr} = \frac{K}{m_r},$$

missä m_r on taulukkoarvo, joka valitaan arvon $\varepsilon = \frac{l_x}{l_y} = \frac{5m}{5m} = 1$ mukaan; laatan 3 tapauksessa $m_r = 9,6$ /1, s. 196/.

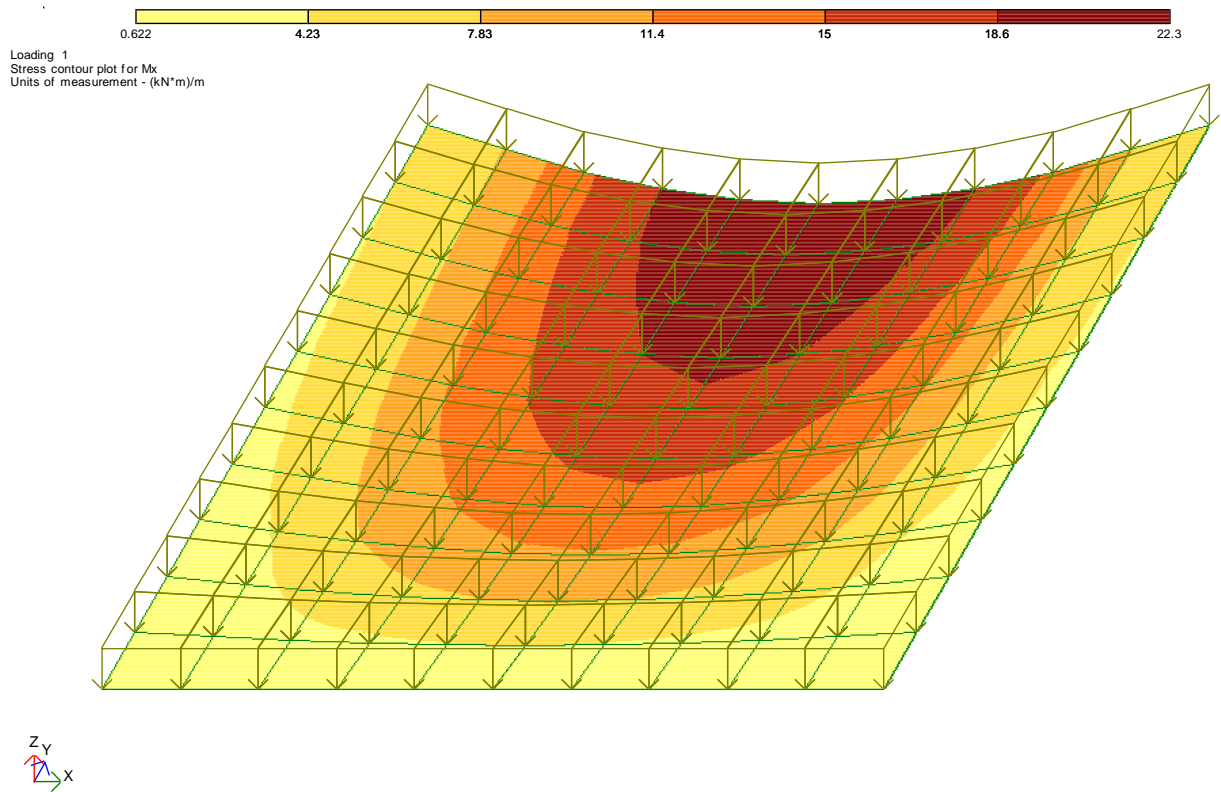
$$M_{xr} = \frac{K}{m_r} = \frac{8,45 \text{ kN/m}^2 \cdot 5m \cdot 5m}{9,6} \approx 22,0 \text{ kN} \cdot \text{m/m}.$$

LIRA ohjelman antama suurin taivutusmomentin arvo on $22,3 \text{ kN} \cdot \text{m/m}$ (kuva 3.18); FEM antaa $23,23 \text{ kN} \cdot \text{m/m}$.

Laatan keskellä vaikuttava taivutusmomentti

$$M_{xm} = \frac{K}{m_{xm}}, \text{ missä } m_{xm} = 14,0.$$

$$M_{xm} = \frac{K}{m_r} = \frac{8,45 \text{ kN/m}^2 \cdot 5m \cdot 5m}{14,0} \approx 15,09 \text{ kN} \cdot \text{m/m}$$



Kuva 3.18. Laatan 3 taivutusmomentin M_x kenttä

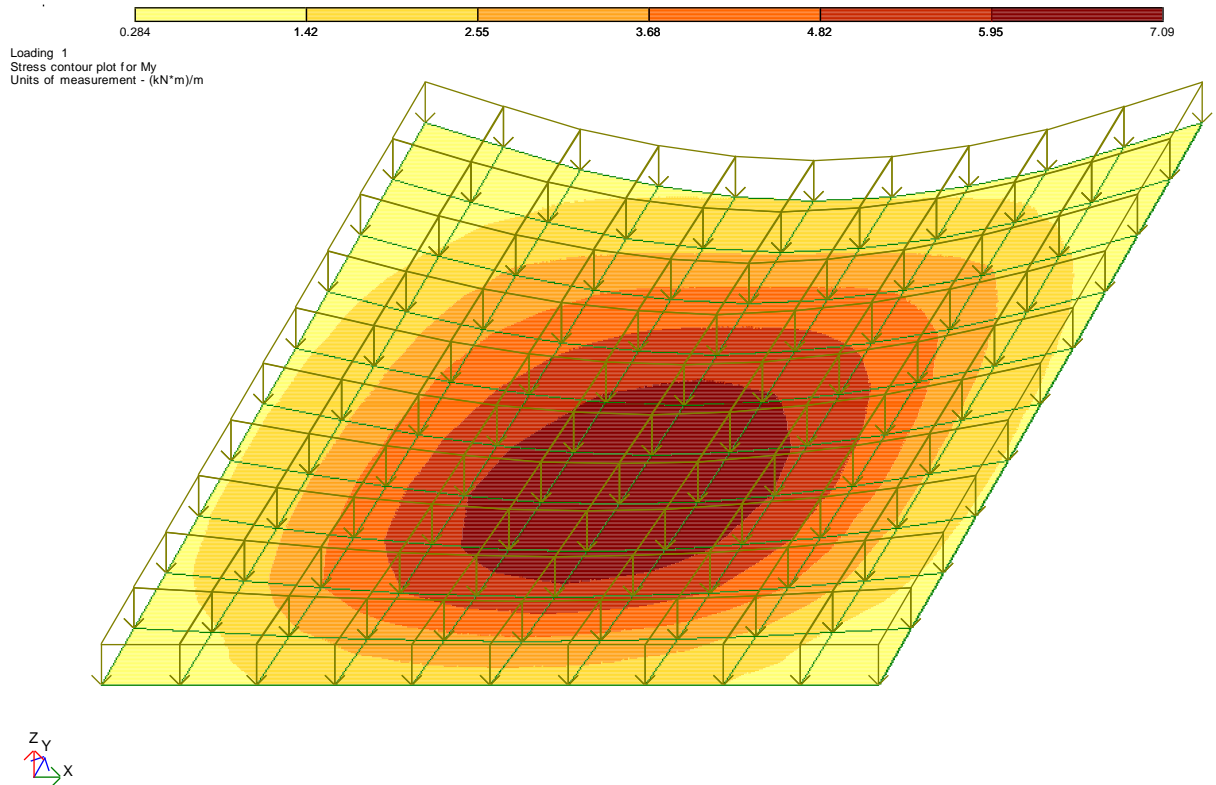
Muut laatasta 3 vaikuttavat rasitukset

Taivutusmomentti M_y laatan keskipisteessä saadaan kaavasta

$M_{ym} = \frac{K}{m_{ym}}$, missä m_{ym} on taulukkoerroin, jonka avulla otetaan huomioon laatan sivujen suhde. Laatan 3 tapauksessa $m_{ym} = 32,3$.

$$M_{ym} = \frac{K}{m_{ym}} = \frac{211,25}{32,3} \text{ kNm/m} = 6,54 \text{ kNm/m}.$$

LIRA antaa suurimman momentin M_{ym} arvon 7,09 kNm/m (kuva 3.19). Interpoloimalla voi löytää momentin likiarvon laatan keskipisteessä, se on noin 6,7 kNm/m.



Kuva 3.19. Laatan 3 taivutusmomentin M_y kenttä

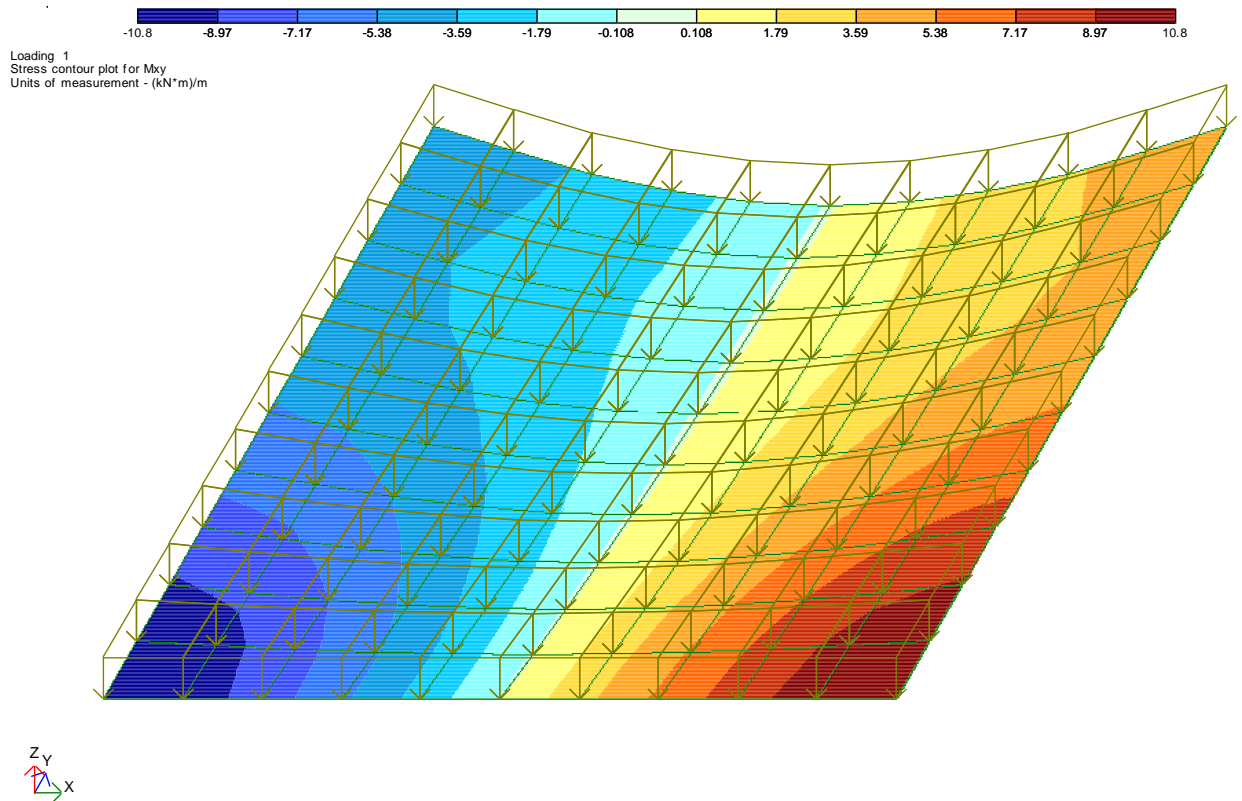
Vääntömomentti M_{xy} saadaan kaavasta

$$M_{xy} = \frac{K}{m_\delta},$$

missä m_δ – taulukkerroin, jonka avulla otetaan huomioon laatan sivusuhte; meidän tapauksessa $m_\delta = 15,1$; siis

$$M_{xy} = \frac{K}{m_\delta} = \frac{8,45 \text{ kN/m}^2 \cdot 5\text{m} \cdot 5\text{m}}{15,1} = 13,99 \text{ kNm/m}.$$

Kuvassa 3.20 esitetään laatan 2 vääntömomenttikenttä; LIRA antaa suurin vääntömomentin arvo $\pm 10,8 \text{ kNm/m}$.



Kuva 3.20. Laatan 3 vääntömomentin M_{xy} kenttä

Laatan 3 taipumat

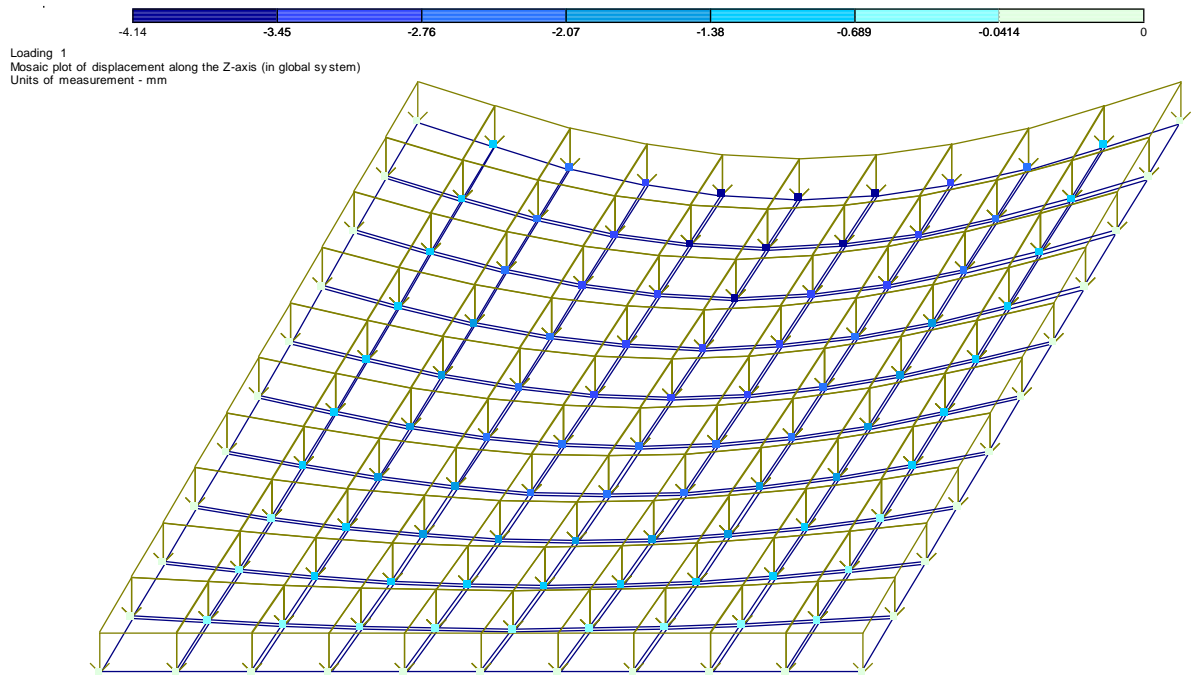
Laatan 3 suurimman taipuman voi määrittää lähdekirjan ./1, s. 200 – 203./ mukaan:

$$\omega = Kl_x^2 : \bar{\omega}_r Ed^3,$$

missä ω – laatan taipuma; $\bar{\omega}_r$ – taulukkoarvo, joka valitaan arvon ε mukaan; tässä työssä $\varepsilon = 1$ ja $\bar{\omega}_r = 7,65$; E – betonin kimmomoduuli, tässä työssä $E = 30GPa$; d – laatan paksuus.

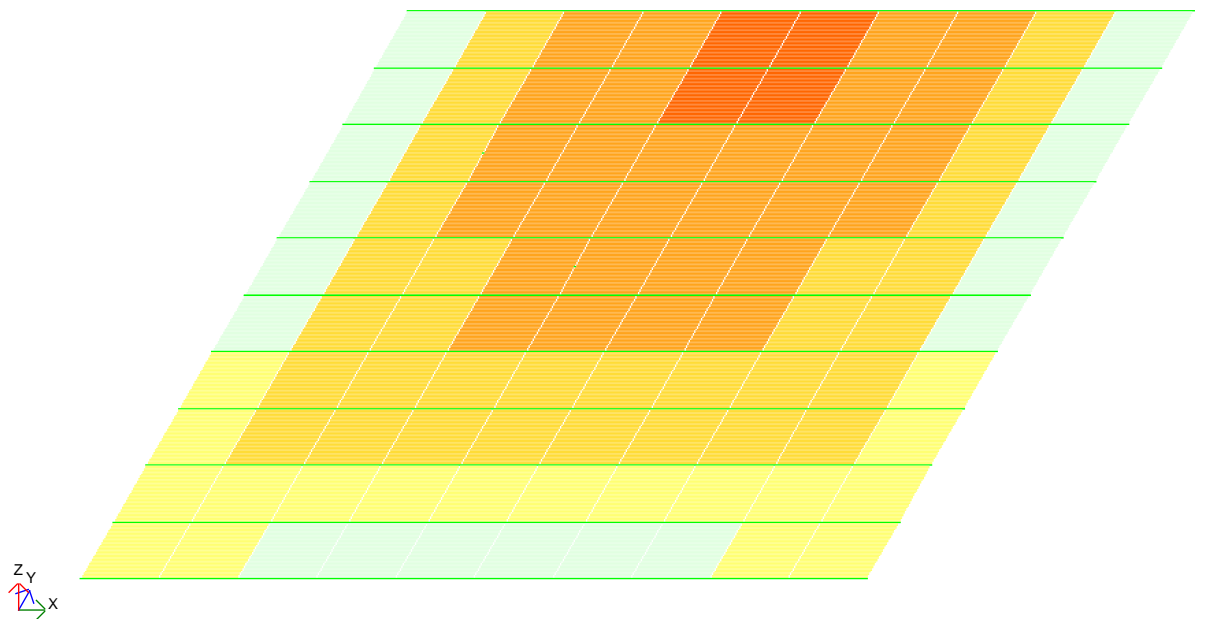
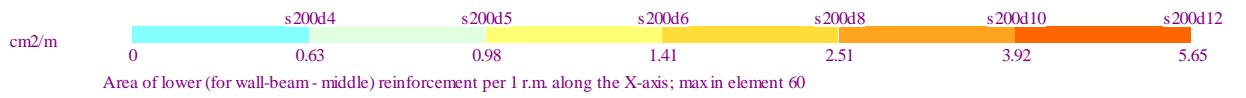
$$\omega = Kl_x^2 : \bar{\omega}_r Ed^3 = \frac{8450 \text{ N/m}^2 \cdot 5\text{m} \cdot 5\text{m} \cdot 5^2 \text{m}^2}{7,65 \cdot 30 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2 \cdot 0,18^3 \text{m}^3} = 0,00394581 \text{ m} \approx 3,95 \text{ mm}.$$

LIRA ohjelman antama arvo on 4,14 mm (kuva 41) ja FEM ohjelman antama arvo on 4,13 mm.

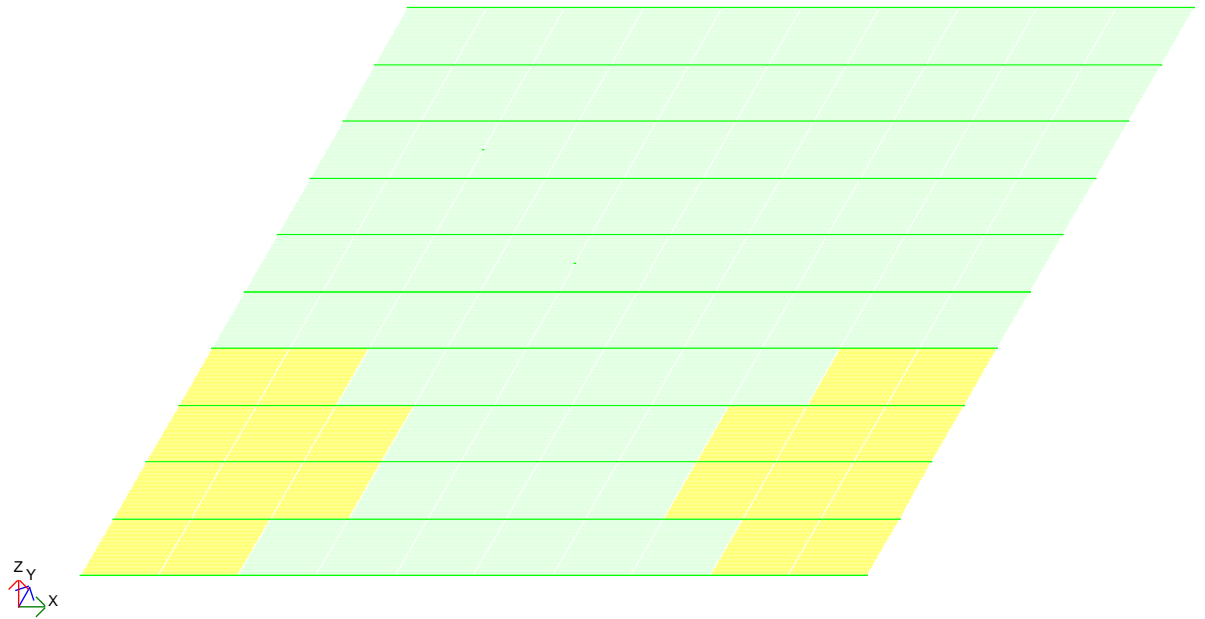
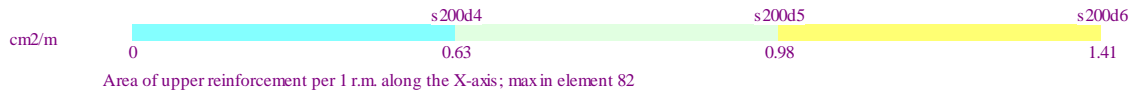


Kuva 3.21. Laatan 3 taipumat

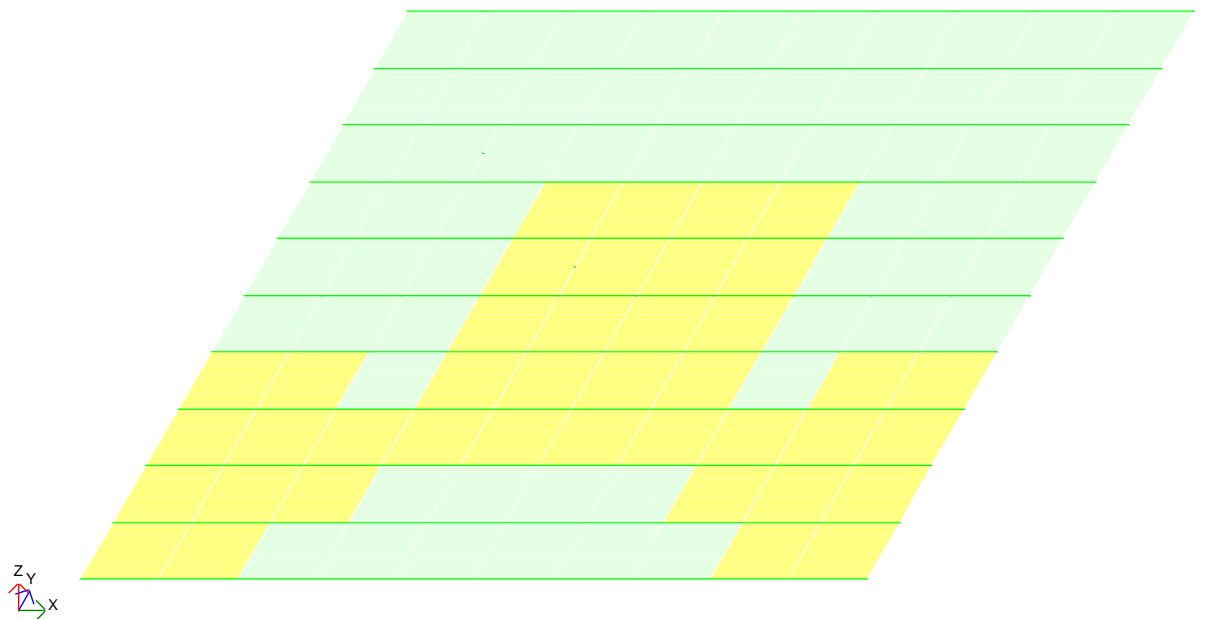
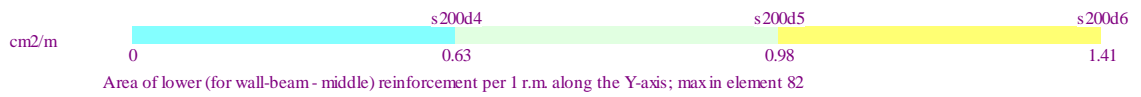
Laatan 3 raudoitus



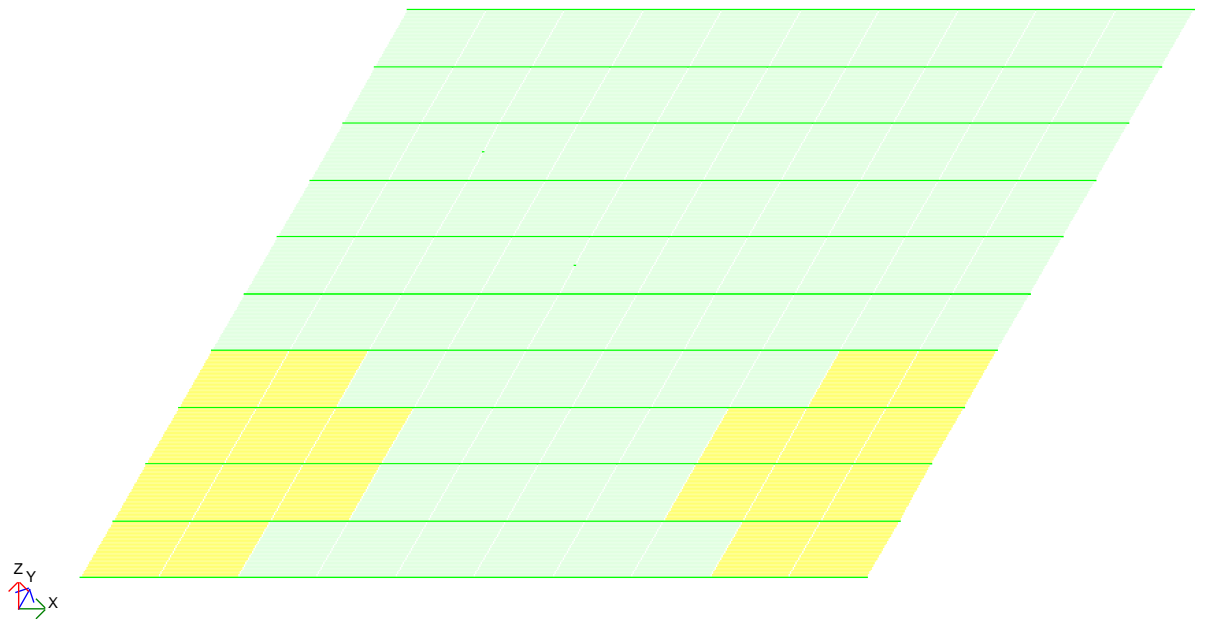
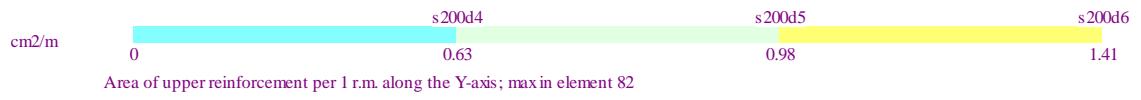
Kuva 3.22. Laatan 3 alapinnan raudoitus X suunnassa



Kuva 3.23. Laatan 3 yläpinnan raudoitus X suunnassa



Kuva 3.24. Laatan 3 alapinnan raudoitus Y suunnassa



Kuva 3.25. Laatan 3 yläpinnan raudoitus Y suunnassa

Laatan 3 kulmissa vaikuttaa suuri vääntömomentti, sen takia näissä kulmissa esiintyy ylä- ja alapinnan raudoitus molemmissa suunnissa.

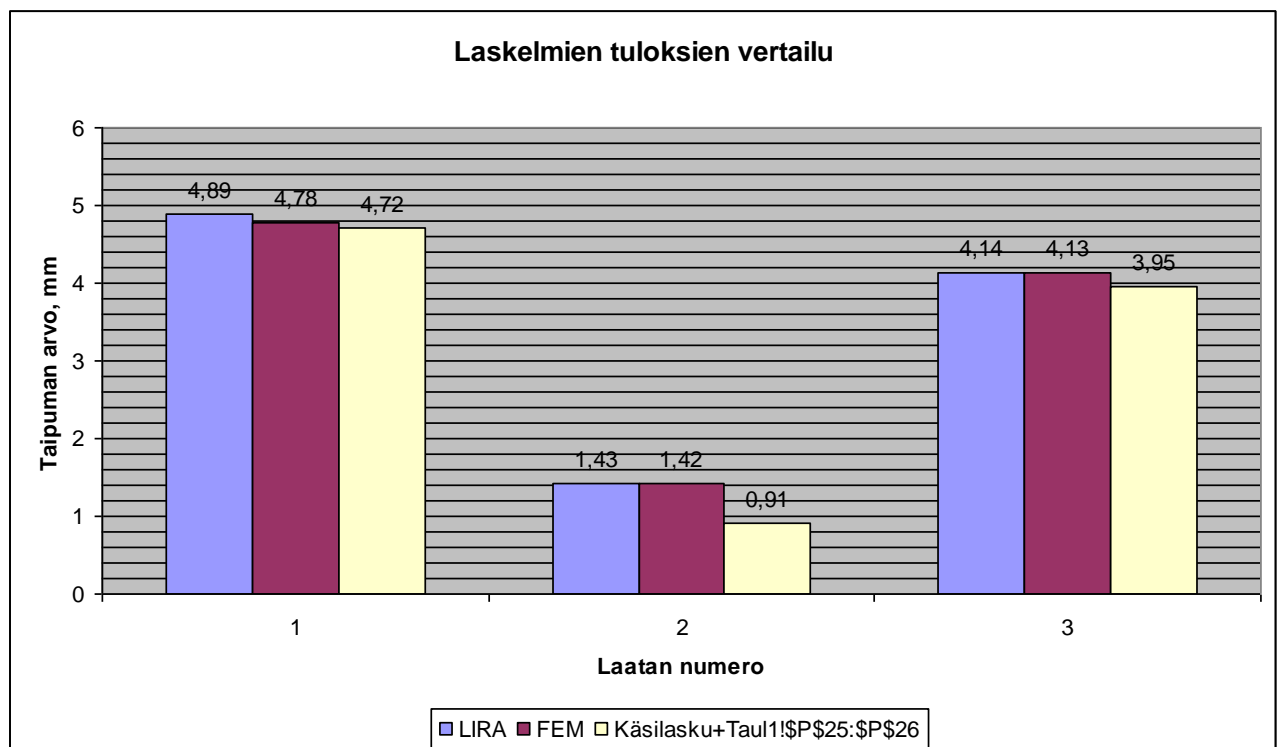
4 TULOKSIEN VERTAILU

4.1 Taipumien ja rasiusten vertailu

Taulukossa 4.1 esitetään taipumien vertailu ohjelmien välillä. Lisäksi käsilaskujen tuloksia on esitetty. Kaavio 4.1 esittää taulukon graafisessa muodossa.

Taulukko 4.1

Suurin taipuma, mm					
Laatan numero	LIRA	FEM	Käsinlaskut	LIRA ja FEM ero, mm	LIRA ja FEM ero, %
Laatta 1	4,89	4,78	4,72	0,11	2,25
Laatta 2	1,43	1,42	0,91	0,01	0,70
Laatta 3	4,14	4,13	3,95	0,01	0,24



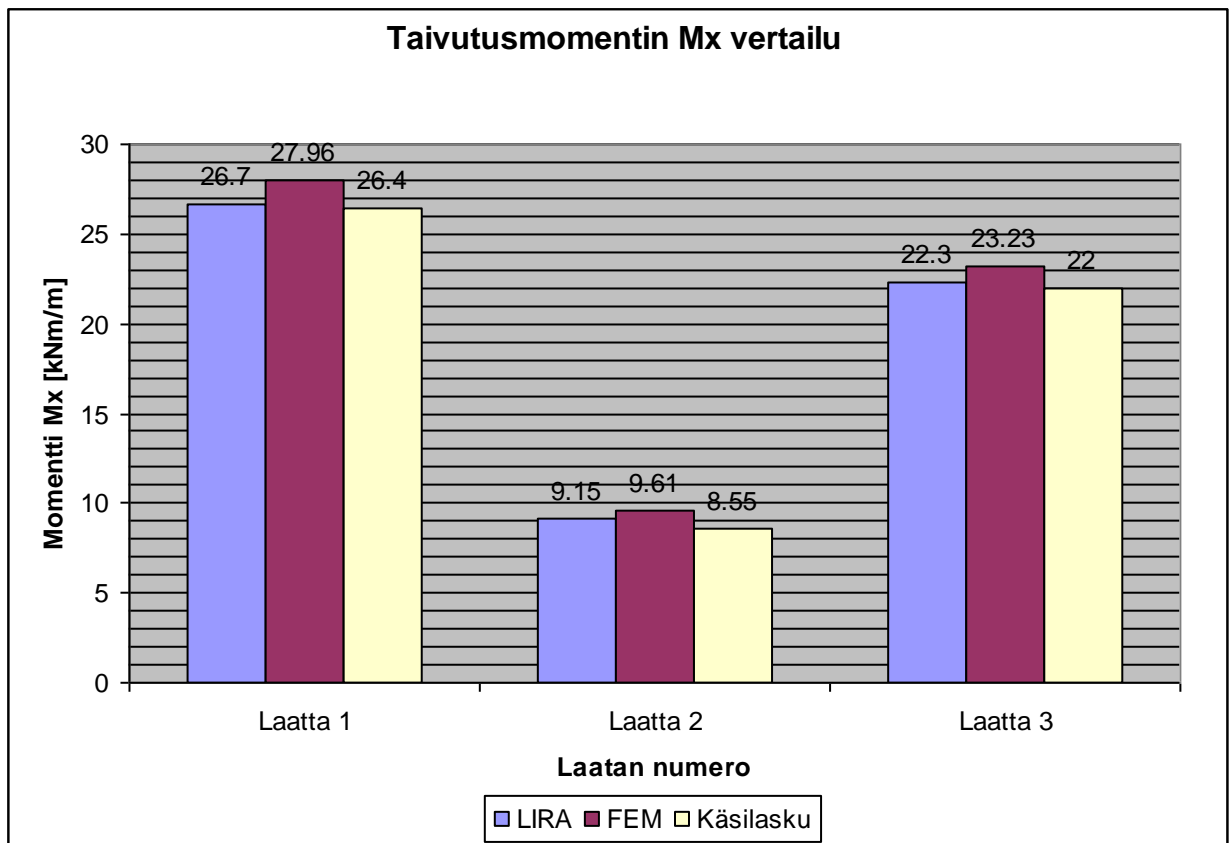
Kaavio 4.1. Taipumien laskujen vertailu

Tulokset osoittavat että kaikki LIRA-ohjelman avulla saadut tulokset jäävät ”varmalle” puolelle, verrattuna FEM-designin maksimiarvoihin. Kuitenkin ero on pieni, 0,24 – 2,25 %. Tämä ero voi olla aiheutettu eri ohjelmien erilaisilla materiaaliominaisuuksilla: FEM-design 8.0 määrittää materiaalien ominaisuudet automaattisesti.

Taulukossa 4.2 ja kaaviossa 4.2 esitetään käsilaskujen ja LIRA :n antamien taivutusmomenttien arvojen vertailu.

Taulukko 4.2

Laatan suurin taivutusmomentti M_x , kNm/m					
Laatan numero	LIRA	FEM	Käsinlaskut	LIRA ja FEM ero, kNm/m	LIRA ja FEM ero, %
Laatta 1	26,7	27,96	26,40	1,26	4,7
Laatta 2	9,15	9,61	8,55	0,46	5,0
Laatta 3	22,3	23,23	22,00	0,93	4,2



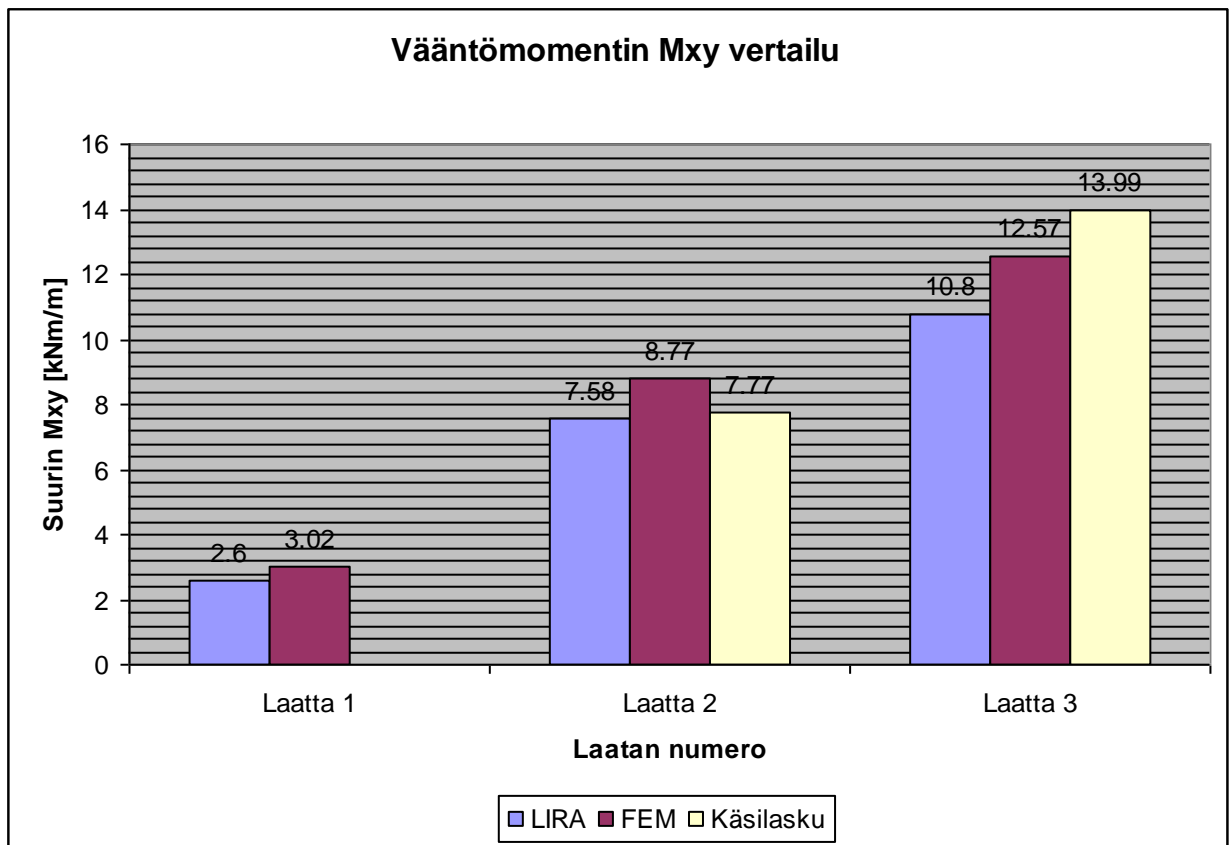
Kaavio 4.2. Taivutusmomenttien laskutuloksien vertailu

Laattojen 1 ja 3 taivutusmomenttien maksimi-arvot ovat melkein samat sekä LIRA ohjelmassa että käsilaskussa; tuloksien ero on alempi 1,5 %. Se osoittaa, että ohjelman suunnittelussa ja taulukkojen laadinnassa käytettiin samanlaisia matemaattisia menetelmiä.

Taulukossa 4.3 ja kaaviossa 4.3 esitetään käsilaskujen ja LIRA:n antamien vääntömomenttien arvojen vertailu. Arvojen suurin ero on vääntömomentin laskutuloksissa.

Taulukko 4.3

Laatan suurin vääntömomentti M_{xy} , kNm/m					
Laatan numero	LIRA	FEM	Käsinlaskut	LIRA ja FEM ero, kNm/m	LIRA ja FEM ero, %
Laatta 1	2,6	3,02	-	0,42	16,2
Laatta 2	7,58	8,77	7,77	1,19	15,7
Laatta 3	10,8	12,57	13,99	1,77	16,4

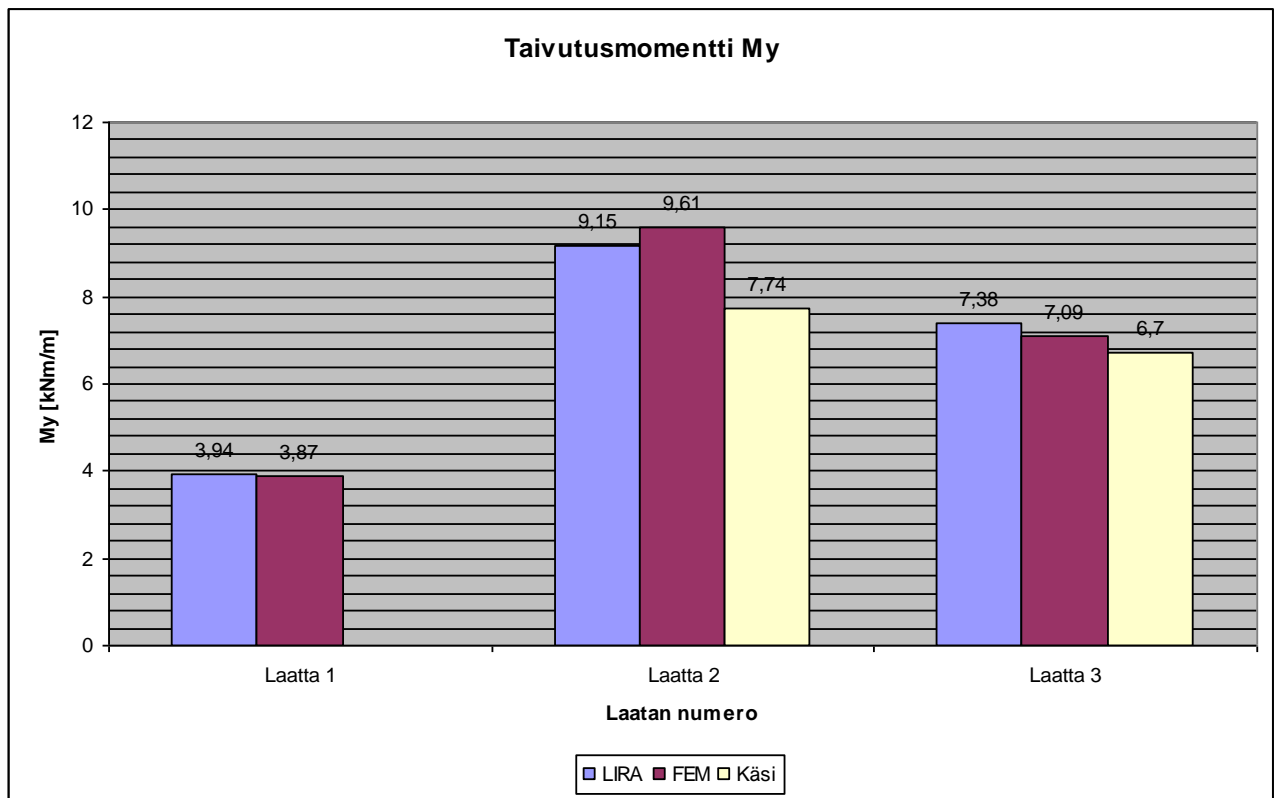


Kaavio 4.3. Taivutusmomenttien laskutuloksien vertailu

Taulukossa 4.4 ja kaaviossa 4.4 esitetään taivutusmomentin M_y vertailu.

Taulukko 4.4

Laatan suurin taivutusmomentti M_y , kNm/m					
Laatan numero	LIRA	FEM	Käsinlaskut	LIRA ja FEM ero, kNm/m	LIRA ja FEM ero, %
Laatta 1	3,94	3,87	-	0,07	1,78
Laatta 2	9,15	9,61	7,74	0,46	5,03
Laatta 3	7,38	7,09	6,7	0,29	3,93

Kaavio 4.4. Taivutusmomentti M_y

4.2 Raudoituksen vertailu

Taulukossa 4.5 esitetään ohjelmien antamat teräsmäärät.

Taulukko 4.5

Raudoituksen suurimmat leikkauspinta-alat, mm ²		
Raudoitus	LIRA	FEM
Laatta 1		
Alapinnan, X-akselin suunta	565	465
Alapinnan, Y-akselin suunta	98	196
Yläpinnan, X-akselin suunta	98	196*
Yläpinnan, Y-akselin suunta	98	196*
Laatta 2		
Alapinnan, X-akselin suunta	251	196
Alapinnan, Y-akselin suunta	251	196
Yläpinnan, X-akselin suunta	98	196*
Yläpinnan, Y-akselin suunta	98	196*
Laatta 3		
Alapinnan, X-akselin suunta	565	395
Alapinnan, Y-akselin suunta	141	196
Yläpinnan, X-akselin suunta	141	196**
Yläpinnan, Y-akselin suunta	141	196**

Huomautukset: * Raudoitus on asennettu vain laatan kulmissa.

** Raudoitus on asennettu laatan kulmissa ja reunoissa.

5 YHTEENVETO

Insinööriyön tavoitteena oli tutkia LIRA-laskentaohjelmaa, suorittaa sen avulla teräsbetonilaattojen mitoitukset ja verrata tulokset FEM-ohjelman tuloksiin.

Työssä saadut tulokset osoittavat, että LIRA on tehokas ja käyttökelpoinen rakenteiden laskentaohjelma. Ohjelman oikea käyttö vaatii ammattitaitoa ja elementtimenetelmän ymmärtämistä, koska elementtijako ei tapahdu automaattisesti ja on tärkeää luoda järkevän elementtiverkon. Rakennemallin luominen on vaikeampi kuin FEM ohjelmassa, mutta kuitenkin kaikki geometriset muodot ovat saatavissa.

Rasitusten ja muodonmuutoksien arvot ovat FEM ohjelman ja laskumenetelmän arvojen välissä, mitä osoittaa, että LIRA ohjelmassa on käytetty oikeita ja tehokkaita matemaattisia menetelmiä ja algoritmeja.

Eri maissa voimassa olevien rakenteiden suunnittelunormien vaatimusten ero voi aiheuttaa LIRA- ja FEM-ohjelmien tuloksien eroa.

LÄHTEET

1. Hahn, J. *Durchlaufträger: Rahmen und Platten*. Werner-Verlag. GmbH. Düsseldorf, 1952.
2. Streletsky E. B. *Programmny kompleks dlya rascheta i projektirovaniya konstruksiy LIRA*. Kiev, 2002

Стрелецкий Е.Б. *Программный комплекс для расчёта и проектирования конструкций ЛИРА*. Киев, 2002.

Työssä käytettyä taustamateriaalia

SP 52-101-2003 *Posobie po proektirovaniju betonnyh i zhelezobetonnyh konstruksij iz tyazhelogo betona bez predvaritelnogo napryazhenia armatury*. IS Kodeks, 2005

СП 52-101-2003 *Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжёлого бетона без предварительного напряжения арматуры*. ИС Кодекс, 2005

Dunkel, Harry. *Betonirakenteet. Oppimateriaali*. Savonia-amk. Tekniikka. 2010.

LIITE 1. Laatan 3 laskutulokset taulukkomuodossa

Taulukko 1. Laatan 3 rasitukset

Force table

elem.#	FE type	Mx (kN)	My (kN)	Mxy (kN)	Qx (kN/m)	Qy (kN/m)
1	11	0.622	0.496	-10.761	2.539	2.702
2	11	1.540	0.985	-9.780	7.791	1.873
3	11	2.234	1.217	-8.531	10.812	1.269
4	11	2.766	1.301	-7.239	12.876	0.903
5	11	3.181	1.299	-6.045	14.249	0.630
6	11	3.507	1.236	-5.033	15.121	0.419
7	11	3.765	1.123	-4.267	15.587	0.253
8	11	3.974	0.948	-3.816	15.715	0.076
9	11	4.158	0.725	-3.761	15.403	0.065
10	11	4.330	0.285	-4.305	15.301	-0.633
11	11	1.349	1.166	-9.296	1.695	7.724
12	11	3.726	2.630	-8.631	5.038	5.082
13	11	5.626	3.314	-7.609	7.516	3.463
14	11	7.129	3.576	-6.495	9.295	2.359
15	11	8.318	3.578	-5.441	10.508	1.554
16	11	9.258	3.399	-4.538	11.286	0.927
17	11	10.004	3.068	-3.853	11.709	0.398
18	11	10.610	2.575	-3.447	11.822	-0.085
19	11	11.132	1.870	-3.402	11.595	-0.615
20	11	11.649	0.847	-3.847	11.245	-1.147
21	11	1.797	1.604	-7.085	1.034	10.640
22	11	5.056	3.781	-6.650	3.217	7.517
23	11	7.802	4.875	-5.933	4.938	5.274
24	11	10.051	5.312	-5.104	6.255	3.649
25	11	11.864	5.332	-4.295	7.185	2.427
26	11	13.312	5.062	-3.592	7.791	1.464
27	11	14.467	4.551	-3.054	8.125	0.651
28	11	15.408	3.788	-2.734	8.222	-0.097
29	11	16.221	2.702	-2.693	8.078	-0.863
30	11	17.013	1.146	-3.021	7.854	-1.770
31	11	2.056	1.867	-4.416	0.581	12.390
32	11	5.844	4.502	-4.170	1.805	9.055
33	11	9.111	5.895	-3.750	2.809	6.488
34	11	11.846	6.474	-3.246	3.605	4.539
35	11	14.084	6.519	-2.744	4.181	3.035
36	11	15.888	6.188	-2.300	4.564	1.835
37	11	17.337	5.550	-1.959	4.777	0.819
38	11	18.520	4.595	-1.754	4.843	-0.115
39	11	19.541	3.243	-1.725	4.763	-1.054

40	11	20.521	1.339	-1.919	4.633	-2.104
41	11	2.179	1.992	-1.499	0.187	13.214
42	11	6.214	4.849	-1.419	0.583	9.796
43	11	9.729	6.397	-1.281	0.912	7.093
44	11	12.701	7.054	-1.112	1.177	4.993
45	11	15.152	7.116	-0.942	1.372	3.351
46	11	17.138	6.756	-0.791	1.502	2.031
47	11	18.739	6.053	-0.674	1.576	0.910
48	11	20.049	4.998	-0.604	1.599	-0.117
49	11	21.179	3.510	-0.594	1.574	-1.144
50	11	22.254	1.434	-0.657	1.532	-2.273
51	11	2.179	1.992	1.499	-0.187	13.214
52	11	6.214	4.849	1.419	-0.583	9.796
53	11	9.729	6.397	1.281	-0.912	7.093
54	11	12.701	7.054	1.112	-1.177	4.993
55	11	15.152	7.116	0.942	-1.372	3.351
56	11	17.138	6.756	0.791	-1.502	2.031
57	11	18.739	6.053	0.674	-1.576	0.910
58	11	20.049	4.998	0.604	-1.599	-0.117
59	11	21.179	3.510	0.594	-1.574	-1.144
60	11	22.254	1.434	0.657	-1.532	-2.273
61	11	2.056	1.867	4.416	-0.581	12.390
62	11	5.844	4.502	4.170	-1.805	9.055
63	11	9.111	5.895	3.750	-2.809	6.488
64	11	11.846	6.474	3.246	-3.605	4.539
65	11	14.084	6.519	2.744	-4.181	3.035
66	11	15.888	6.188	2.300	-4.564	1.835
67	11	17.337	5.550	1.959	-4.777	0.819
68	11	18.520	4.595	1.754	-4.843	-0.115
69	11	19.541	3.243	1.725	-4.763	-1.054
70	11	20.521	1.339	1.919	-4.633	-2.104
71	11	1.797	1.604	7.085	-1.034	10.640
72	11	5.056	3.781	6.650	-3.217	7.517
73	11	7.802	4.875	5.933	-4.938	5.274
74	11	10.051	5.312	5.104	-6.255	3.649
75	11	11.864	5.332	4.295	-7.185	2.427
76	11	13.312	5.062	3.592	-7.791	1.464
77	11	14.467	4.551	3.054	-8.125	0.651
78	11	15.408	3.788	2.734	-8.222	-0.097
79	11	16.221	2.702	2.693	-8.078	-0.863
80	11	17.013	1.146	3.021	-7.854	-1.770
81	11	1.349	1.166	9.296	-1.695	7.724
82	11	3.726	2.630	8.631	-5.038	5.082
83	11	5.626	3.314	7.609	-7.516	3.463
84	11	7.129	3.576	6.495	-9.295	2.359
85	11	8.318	3.578	5.441	-10.508	1.554
86	11	9.258	3.399	4.538	-11.286	0.927

87	11	10.004	3.068	3.853	-11.709	0.398
88	11	10.610	2.575	3.447	-11.822	-0.085
89	11	11.132	1.870	3.402	-11.595	-0.615
90	11	11.649	0.847	3.847	-11.245	-1.147
91	11	0.622	0.496	10.761	-2.539	2.702
92	11	1.540	0.985	9.780	-7.791	1.873
93	11	2.234	1.217	8.531	-10.812	1.269
94	11	2.766	1.301	7.239	-12.876	0.903
95	11	3.181	1.299	6.045	-14.249	0.630
96	11	3.507	1.236	5.033	-15.121	0.419
97	11	3.765	1.123	4.267	-15.587	0.253
98	11	3.974	0.948	3.816	-15.715	0.076
99	11	4.158	0.725	3.761	-15.403	0.065
100	11	4.330	0.285	4.305	-15.301	-0.633

Taulukko 2. Laatan 3 muodonmuu-

tokset

Displacements table					
	Displacements				
node #	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	UX (rad*1000)	UY (rad*1000)
1	0.000	0.000	0.000	-0.002	0.002
2	0.000	0.000	0.000	-0.445	0.000
3	0.000	0.000	0.000	-0.830	0.000
4	0.000	0.000	0.000	-1.122	0.000
5	0.000	0.000	0.000	-1.304	0.000
6	0.000	0.000	0.000	-1.366	0.000
7	0.000	0.000	0.000	-1.304	0.000
8	0.000	0.000	0.000	-1.122	0.000
9	0.000	0.000	0.000	-0.830	0.000
10	0.000	0.000	0.000	-0.445	0.000
11	0.000	0.000	0.000	-0.002	-0.002
12	0.000	0.000	0.000	0.000	0.449
13	0.000	0.000	-0.218	-0.422	0.415
14	0.000	0.000	-0.408	-0.792	0.338
15	0.000	0.000	-0.553	-1.075	0.237
16	0.000	0.000	-0.643	-1.252	0.122
17	0.000	0.000	-0.674	-1.312	0.000
18	0.000	0.000	-0.643	-1.252	-0.122
19	0.000	0.000	-0.553	-1.075	-0.237
20	0.000	0.000	-0.408	-0.792	-0.338
21	0.000	0.000	-0.218	-0.422	-0.415
22	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.449
23	0.000	0.000	0.000	0.000	0.857
24	0.000	0.000	-0.418	-0.375	0.798

25	0.000	0.000	-0.784	-0.709	0.655
26	0.000	0.000	-1.065	-0.968	0.461
27	0.000	0.000	-1.240	-1.131	0.238
28	0.000	0.000	-1.300	-1.186	0.000
29	0.000	0.000	-1.240	-1.131	-0.238
30	0.000	0.000	-1.065	-0.968	-0.461
31	0.000	0.000	-0.784	-0.709	-0.655
32	0.000	0.000	-0.418	-0.375	-0.798
33	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.857
34	0.000	0.000	0.000	0.000	1.212
35	0.000	0.000	-0.593	-0.323	1.134
36	0.000	0.000	-1.114	-0.611	0.937
37	0.000	0.000	-1.517	-0.838	0.662
38	0.000	0.000	-1.769	-0.981	0.342
39	0.000	0.000	-1.855	-1.030	0.000
40	0.000	0.000	-1.769	-0.981	-0.342
41	0.000	0.000	-1.517	-0.838	-0.662
42	0.000	0.000	-1.114	-0.611	-0.937
43	0.000	0.000	-0.593	-0.323	-1.134
44	0.000	0.000	0.000	0.000	-1.212
45	0.000	0.000	0.000	0.000	1.514
46	0.000	0.000	-0.741	-0.271	1.420
47	0.000	0.000	-1.396	-0.515	1.178
48	0.000	0.000	-1.902	-0.707	0.836
49	0.000	0.000	-2.221	-0.830	0.432
50	0.000	0.000	-2.330	-0.872	0.000
51	0.000	0.000	-2.221	-0.830	-0.432
52	0.000	0.000	-1.902	-0.707	-0.836
53	0.000	0.000	-1.396	-0.515	-1.178
54	0.000	0.000	-0.741	-0.271	-1.420
55	0.000	0.000	0.000	0.000	-1.514
56	0.000	0.000	0.000	0.000	1.767
57	0.000	0.000	-0.865	-0.226	1.660
58	0.000	0.000	-1.631	-0.429	1.381
59	0.000	0.000	-2.226	-0.590	0.982
60	0.000	0.000	-2.601	-0.693	0.509
61	0.000	0.000	-2.729	-0.728	0.000
62	0.000	0.000	-2.601	-0.693	-0.509
63	0.000	0.000	-2.226	-0.590	-0.982
64	0.000	0.000	-1.631	-0.429	-1.381
65	0.000	0.000	-0.865	-0.226	-1.660
66	0.000	0.000	0.000	0.000	-1.767
67	0.000	0.000	0.000	0.000	1.977
68	0.000	0.000	-0.968	-0.189	1.860
69	0.000	0.000	-1.828	-0.360	1.550
70	0.000	0.000	-2.496	-0.495	1.105
71	0.000	0.000	-2.919	-0.582	0.574

72	0.000	0.000	-3.063	-0.612	0.000
73	0.000	0.000	-2.919	-0.582	-0.574
74	0.000	0.000	-2.496	-0.495	-1.105
75	0.000	0.000	-1.828	-0.360	-1.550
76	0.000	0.000	-0.968	-0.189	-1.860
77	0.000	0.000	0.000	0.000	-1.977
78	0.000	0.000	0.000	0.000	2.155
79	0.000	0.000	-1.056	-0.164	2.030
80	0.000	0.000	-1.995	-0.312	1.695
81	0.000	0.000	-2.726	-0.429	1.210
82	0.000	0.000	-3.189	-0.505	0.629
83	0.000	0.000	-3.347	-0.531	0.000
84	0.000	0.000	-3.189	-0.505	-0.629
85	0.000	0.000	-2.726	-0.429	-1.210
86	0.000	0.000	-1.995	-0.312	-1.695
87	0.000	0.000	-1.056	-0.164	-2.030
88	0.000	0.000	0.000	0.000	-2.155
89	0.000	0.000	0.000	0.000	2.315
90	0.000	0.000	-1.135	-0.153	2.182
91	0.000	0.000	-2.144	-0.292	1.824
92	0.000	0.000	-2.932	-0.401	1.304
93	0.000	0.000	-3.431	-0.472	0.678
94	0.000	0.000	-3.601	-0.496	0.000
95	0.000	0.000	-3.431	-0.472	-0.678
96	0.000	0.000	-2.932	-0.401	-1.304
97	0.000	0.000	-2.144	-0.292	-1.824
98	0.000	0.000	-1.135	-0.153	-2.182
99	0.000	0.000	0.000	0.000	-2.315
100	0.000	0.000	0.000	0.001	2.474
101	0.000	0.000	-1.213	-0.162	2.332
102	0.000	0.000	-2.292	-0.308	1.952
103	0.000	0.000	-3.135	-0.423	1.396
104	0.000	0.000	-3.670	-0.496	0.727
105	0.000	0.000	-3.852	-0.521	0.000
106	0.000	0.000	-3.670	-0.496	-0.727
107	0.000	0.000	-3.135	-0.423	-1.396
108	0.000	0.000	-2.292	-0.308	-1.952
109	0.000	0.000	-1.213	-0.162	-2.332
110	0.000	0.000	0.000	0.001	-2.474
111	0.000	0.000	0.000	-0.003	2.654
112	0.000	0.000	-1.301	-0.197	2.502
113	0.000	0.000	-2.460	-0.374	2.095
114	0.000	0.000	-3.365	-0.511	1.499
115	0.000	0.000	-3.939	-0.597	0.780
116	0.000	0.000	-4.136	-0.627	0.000
117	0.000	0.000	-3.939	-0.597	-0.780
118	0.000	0.000	-3.365	-0.511	-1.499

119	0.000	0.000	-2.460	-0.374	-2.095
120	0.000	0.000	-1.301	-0.197	-2.502
121	0.000	0.000	0.000	-0.003	-2.654

taulukko 3. Laatan 3 raudoitus

LAATTA3C-[Main model] (plate)

Element	Longitudinal reinforcement				Transverse		Crack width	
	AS1	AS2	AS3	AS4	ASW1	ASW2	short	long

Slab 1; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

1	1.24	1.24	1.24	1.24				
	1.24	1.24	1.24	1.24				

Slab 2; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

2	1.21	1.21	1.21	1.21				
	1.21	1.21	1.21	1.21				

Slab 3; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

3	1.12	1.12	1.12	1.12				
	1.12	1.12	1.12	1.12				

Slab 4; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

4	1.01	1.01	1.01	1.01				
	1.01	1.01	1.01	1.01				

Slab 5; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

5	0.90	0.90	0.90	0.90				
	0.90	0.90	0.90	0.90				

Slab 6; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

6	0.90	0.90	0.90	0.90				
	0.90	0.90	0.90	0.90				

Slab 7; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

7	0.90	0.90	0.90	0.90				
	0.90	0.90	0.90	0.90				

Slab 8; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

8	0.90	0.90	0.90	0.90
	0.90	0.90	0.90	0.90

Slab 9; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

9	0.90	0.90	0.90	0.90
	0.90	0.90	0.90	0.90

Slab 10; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

10	0.90	0.90	0.90	0.90
	0.90	0.90	0.90	0.90

Slab 11; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

11	1.16	1.16	1.16	1.16
	1.16	1.16	1.16	1.16

Slab 12; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

12	1.31	1.31	1.31	1.31
	1.31	1.31	1.31	1.31

Slab 13; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

13	1.42	1.26	1.29	1.26
	1.42	1.26	1.29	1.26

Slab 14; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

14	1.52	1.08	1.12	1.08
	1.52	1.08	1.12	1.08

Slab 15; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

15	1.50	0.90	0.90	0.90
	1.50	0.90	0.90	0.90

Slab 16; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

16	1.71	0.90	0.90	0.90
	1.71	0.90	0.90	0.90

Slab 17; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III
 17 1.85 0.90 0.90 0.90
 1.85 0.90 0.90 0.90

Slab 18; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III
 18 1.96 0.90 0.90 0.90
 1.96 0.90 0.90 0.90

Slab 19; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III
 19 2.06 0.90 0.90 0.90
 2.06 0.90 0.90 0.90

Slab 20; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III
 20 2.16 0.90 0.90 0.90
 2.16 0.90 0.90 0.90

Slab 21; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III
 21 0.96 0.96 0.96 0.96
 0.96 0.96 0.96 0.96

Slab 22; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III
 22 1.24 1.21 1.22 1.21
 1.24 1.21 1.22 1.21

Slab 23; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III
 23 1.63 1.05 1.10 1.05
 1.63 1.05 1.10 1.05

Slab 24; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III
 24 1.82 0.90 0.98 0.90
 1.82 0.90 0.98 0.90

Slab 25; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III
 25 1.82 0.90 0.98 0.90
 1.82 0.90 0.98 0.90

25	2.20	0.90	0.98	0.90		
	2.20	0.90	0.98	0.90		
Slab 26; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
26	2.47	0.90	0.93	0.90		
	2.47	0.90	0.93	0.90		
Slab 27; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
27	2.69	0.90	0.90	0.90		
	2.69	0.90	0.90	0.90		
Slab 28; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
28	2.87	0.90	0.90	0.90		
	2.87	0.90	0.90	0.90		
Slab 29; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
29	3.03	0.90	0.90	0.90		
	3.03	0.90	0.90	0.90		
Slab 30; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
30	3.18	0.90	0.90	0.90	0.05	0.05
	3.18	0.90	0.90	0.90		
Slab 31; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
31	0.90	0.90	0.90	0.90		
	0.90	0.90	0.90	0.90		
Slab 32; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
32	1.13	0.96	0.96	0.96		
	1.13	0.96	0.96	0.96		
Slab 33; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
33	1.68	0.90	1.08	0.90		
	1.68	0.90	1.08	0.90		
Slab 34; h=0.18m						

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

34	2.19	0.90	1.19	0.90		
	2.19	0.90	1.19	0.90		

Slab 35; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

35	2.62	0.90	1.20	0.90		
	2.62	0.90	1.20	0.90		

Slab 36; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

36	2.96	0.90	1.13	0.90		
	2.96	0.90	1.13	0.90		

Slab 37; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

37	3.24	0.90	1.02	0.90	0.05	0.05
	3.24	0.90	1.02	0.90		

Slab 38; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

38	3.47	0.90	0.90	0.90	0.06	0.06
	3.47	0.90	0.90	0.90		

Slab 39; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

39	3.67	0.90	0.90	0.90	0.02	0.02
	3.67	0.90	0.90	0.90		

Slab 40; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

40	3.86	0.90	0.90	0.90	0.01	0.01
	3.86	0.90	0.90	0.90		

Slab 41; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

41	0.90	0.90	0.90	0.90		
	0.90	0.90	0.90	0.90		

Slab 42; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

42	1.14	0.90	0.90	0.90		
	1.14	0.90	0.90	0.90		

Slab 43; h=0.18m
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

43	1.79	0.90	1.17	0.90		
	1.79	0.90	1.17	0.90		

Slab 44; h=0.18m
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

44	2.35	0.90	1.29	0.90		
	2.35	0.90	1.29	0.90		

Slab 45; h=0.18m
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

45	2.82	0.90	1.31	0.90		
	2.82	0.90	1.31	0.90		

Slab 46; h=0.18m
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

46	3.20	0.90	1.24	0.90	0.03	0.03
	3.20	0.90	1.24	0.90		

Slab 47; h=0.18m
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

47	3.51	0.90	1.11	0.90	0.03	0.03
	3.51	0.90	1.11	0.90		

Slab 48; h=0.18m
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

48	3.77	0.90	0.91	0.90	0.03	0.03
	3.77	0.90	0.91	0.90		

Slab 49; h=0.18m
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

49	3.99	0.90	0.90	0.90	0.02	0.02
	3.99	0.90	0.90	0.90		

Slab 50; h=0.18m
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

50	4.20	0.90	0.90	0.90	0.01	0.01
	4.20	0.90	0.90	0.90		

Slab 51; h=0.18m
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

51	0.90	0.90	0.90	0.90		
	0.90	0.90	0.90	0.90		
Slab 52; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
52	1.14	0.90	0.90	0.90		
	1.14	0.90	0.90	0.90		
Slab 53; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
53	1.79	0.90	1.17	0.90		
	1.79	0.90	1.17	0.90		
Slab 54; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
54	2.35	0.90	1.29	0.90		
	2.35	0.90	1.29	0.90		
Slab 55; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
55	2.82	0.90	1.31	0.90		
	2.82	0.90	1.31	0.90		
Slab 56; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
56	3.20	0.90	1.24	0.90	0.03	0.03
	3.20	0.90	1.24	0.90		
Slab 57; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
57	3.51	0.90	1.11	0.90	0.03	0.03
	3.51	0.90	1.11	0.90		
Slab 58; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
58	3.77	0.90	0.91	0.90	0.03	0.03
	3.77	0.90	0.91	0.90		
Slab 59; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
59	3.99	0.90	0.90	0.90	0.02	0.02
	3.99	0.90	0.90	0.90		
Slab 60; h=0.18m						

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III							
60	4.20	0.90	0.90	0.90		0.01	0.01
	4.20	0.90	0.90	0.90			
Slab 61; h=0.18m							
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III							
61	0.90	0.90	0.90	0.90			
	0.90	0.90	0.90	0.90			
Slab 62; h=0.18m							
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III							
62	1.13	0.96	0.96	0.96			
	1.13	0.96	0.96	0.96			
Slab 63; h=0.18m							
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III							
63	1.68	0.90	1.08	0.90			
	1.68	0.90	1.08	0.90			
Slab 64; h=0.18m							
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III							
64	2.19	0.90	1.19	0.90			
	2.19	0.90	1.19	0.90			
Slab 65; h=0.18m							
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III							
65	2.62	0.90	1.20	0.90			
	2.62	0.90	1.20	0.90			
Slab 66; h=0.18m							
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III							
66	2.96	0.90	1.13	0.90			
	2.96	0.90	1.13	0.90			
Slab 67; h=0.18m							
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III							
67	3.24	0.90	1.02	0.90		0.05	0.05
	3.24	0.90	1.02	0.90			
Slab 68; h=0.18m							
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III							
68	3.47	0.90	0.90	0.90		0.06	0.06
	3.47	0.90	0.90	0.90			

Slab 69; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

69	3.67	0.90	0.90	0.90		0.02	0.02
	3.67	0.90	0.90	0.90			

Slab 70; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

70	3.86	0.90	0.90	0.90		0.01	0.01
	3.86	0.90	0.90	0.90			

Slab 71; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

71	0.96	0.96	0.96	0.96			
	0.96	0.96	0.96	0.96			

Slab 72; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

72	1.24	1.21	1.22	1.21			
	1.24	1.21	1.22	1.21			

Slab 73; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

73	1.63	1.05	1.10	1.05			
	1.63	1.05	1.10	1.05			

Slab 74; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

74	1.82	0.90	0.98	0.90			
	1.82	0.90	0.98	0.90			

Slab 75; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

75	2.20	0.90	0.98	0.90			
	2.20	0.90	0.98	0.90			

Slab 76; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

76	2.47	0.90	0.93	0.90			
	2.47	0.90	0.93	0.90			

Slab 77; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

77	2.69	0.90	0.90	0.90		
	2.69	0.90	0.90	0.90		
Slab 78; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
78	2.87	0.90	0.90	0.90		
	2.87	0.90	0.90	0.90		
Slab 79; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
79	3.03	0.90	0.90	0.90		
	3.03	0.90	0.90	0.90		
Slab 80; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
80	3.18	0.90	0.90	0.90	0.05	0.05
	3.18	0.90	0.90	0.90		
Slab 81; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
81	1.16	1.16	1.16	1.16		
	1.16	1.16	1.16	1.16		
Slab 82; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
82	1.31	1.31	1.31	1.31		
	1.31	1.31	1.31	1.31		
Slab 83; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
83	1.42	1.26	1.29	1.26		
	1.42	1.26	1.29	1.26		
Slab 84; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
84	1.52	1.08	1.12	1.08		
	1.52	1.08	1.12	1.08		
Slab 85; h=0.18m						
Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III						
85	1.50	0.90	0.90	0.90		
	1.50	0.90	0.90	0.90		
Slab 86; h=0.18m						

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

86	1.71	0.90	0.90	0.90
	1.71	0.90	0.90	0.90

Slab 87; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

87	1.85	0.90	0.90	0.90
	1.85	0.90	0.90	0.90

Slab 88; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

88	1.96	0.90	0.90	0.90
	1.96	0.90	0.90	0.90

Slab 89; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

89	2.06	0.90	0.90	0.90
	2.06	0.90	0.90	0.90

Slab 90; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

90	2.16	0.90	0.90	0.90
	2.16	0.90	0.90	0.90

Slab 91; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

91	1.24	1.24	1.24	1.24
	1.24	1.24	1.24	1.24

Slab 92; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

92	1.21	1.21	1.21	1.21
	1.21	1.21	1.21	1.21

Slab 93; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

93	1.12	1.12	1.12	1.12
	1.12	1.12	1.12	1.12

Slab 94; h=0.18m

Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

94	1.01	1.01	1.01	1.01
	1.01	1.01	1.01	1.01

Slab 95; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

95	0.90	0.90	0.90	0.90
	0.90	0.90	0.90	0.90

Slab 96; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

96	0.90	0.90	0.90	0.90
	0.90	0.90	0.90	0.90

Slab 97; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

97	0.90	0.90	0.90	0.90
	0.90	0.90	0.90	0.90

Slab 98; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

98	0.90	0.90	0.90	0.90
	0.90	0.90	0.90	0.90

Slab 99; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

99	0.90	0.90	0.90	0.90
	0.90	0.90	0.90	0.90

Slab 100; h=0.18m
 Concrete B25; Reinforcement: longit. Ax: A-III, Ay: A-III; trans. A-III

100	0.90	0.90	0.90	0.90
	0.90	0.90	0.90	0.90

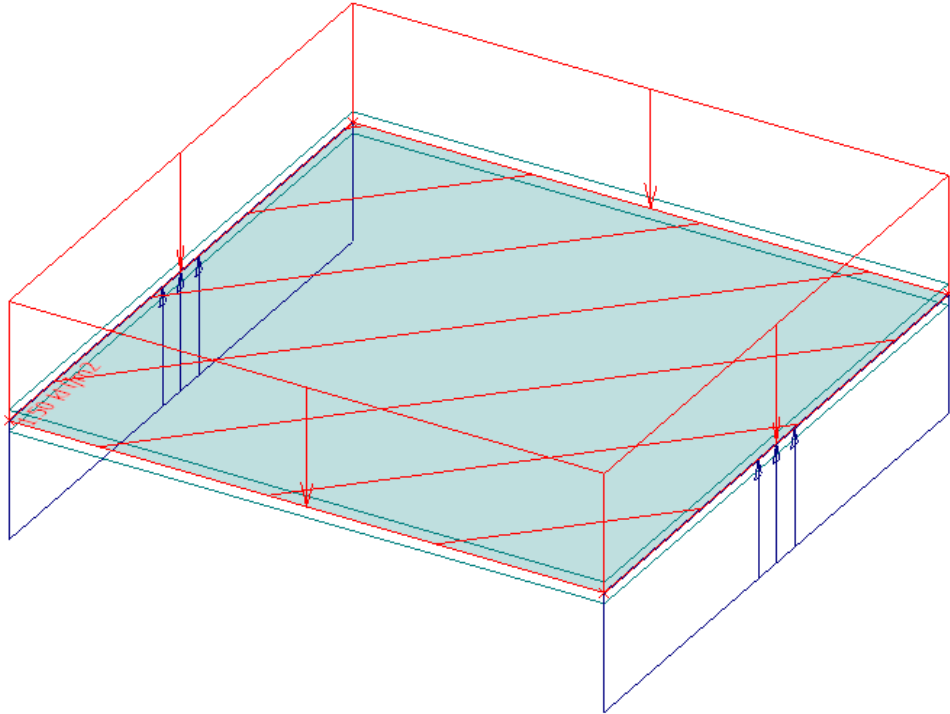
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
1	11	21	31	41	51	61	71	81	91



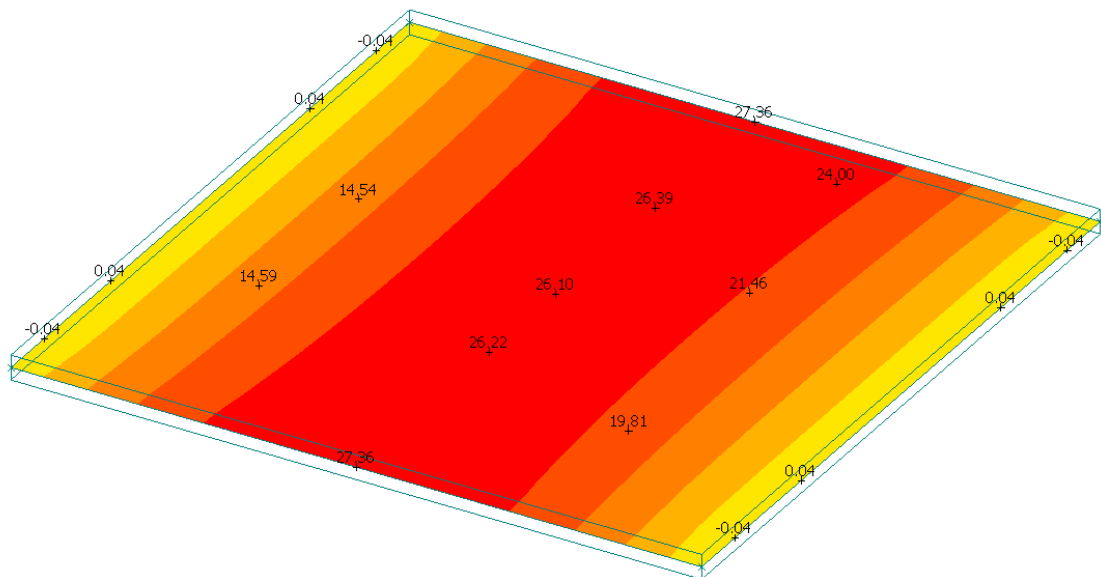
Kuva 1. Elementtien numerointi

LIITE 2. FEM laskujen tulokset

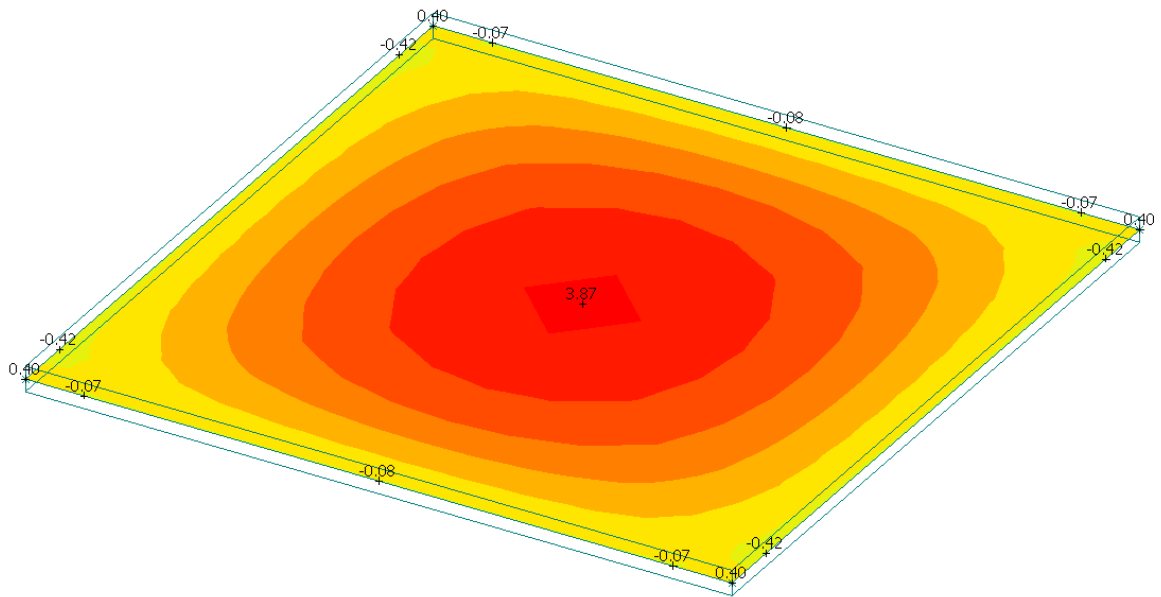
LAATTA 1



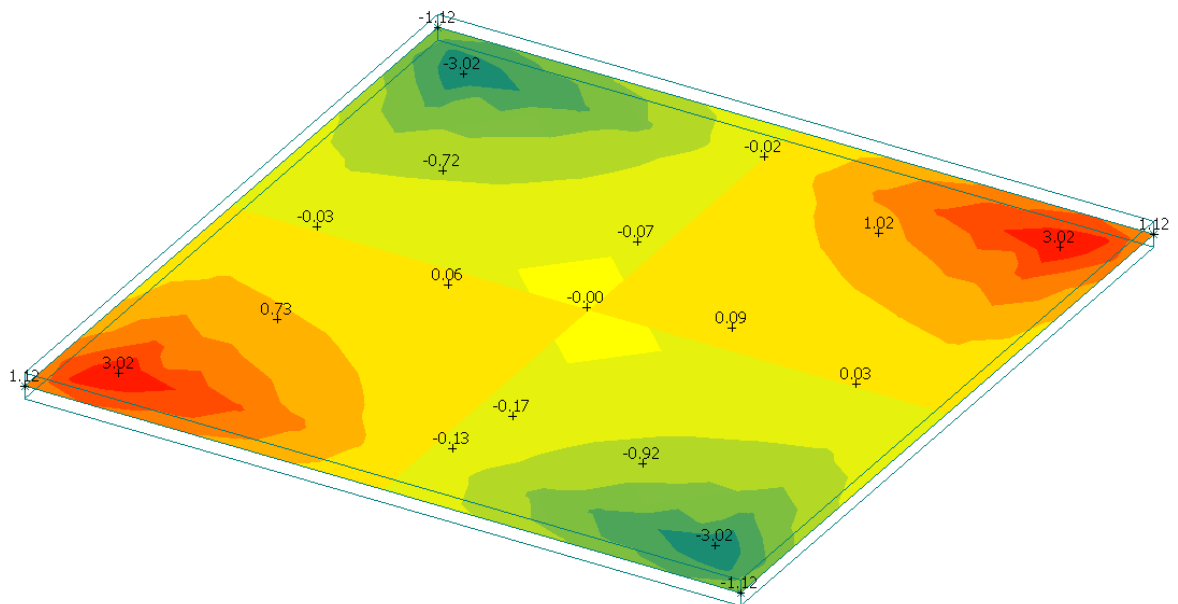
Taivutusmomentti M_x [kNm/m]



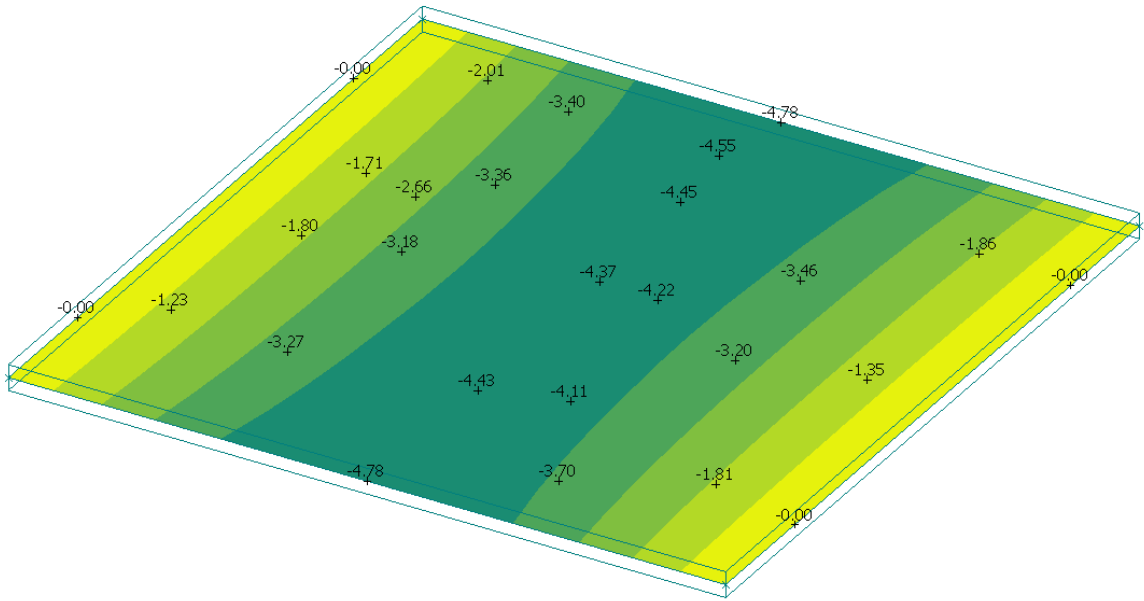
Taivutusmomentti M_y [kNm/m]



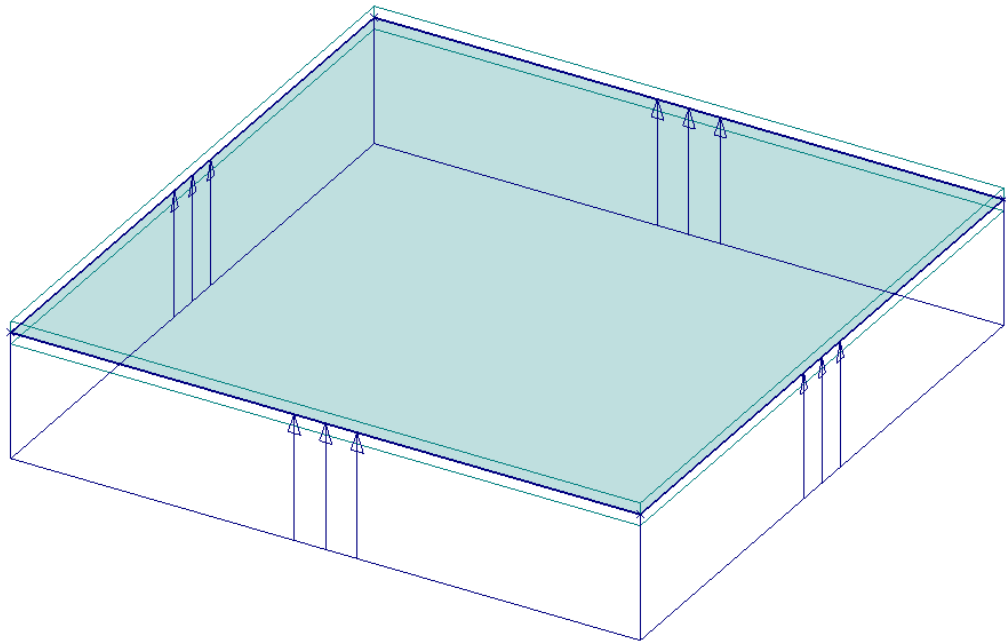
Vääntömomentti M_{xy} [kNm/m]



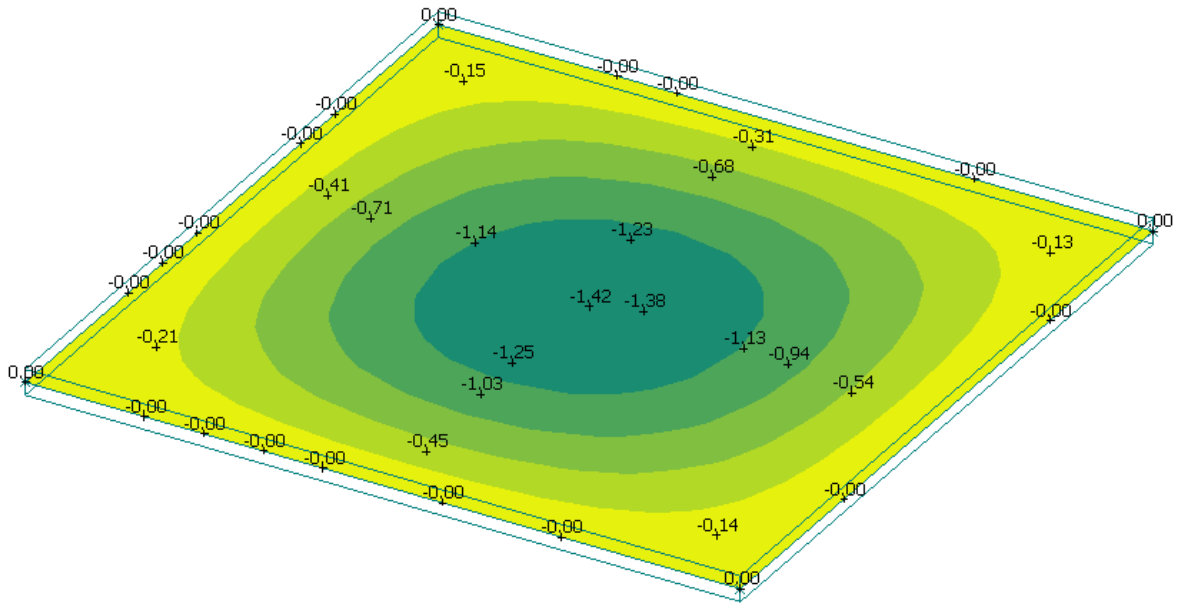
Taipumat [mm]



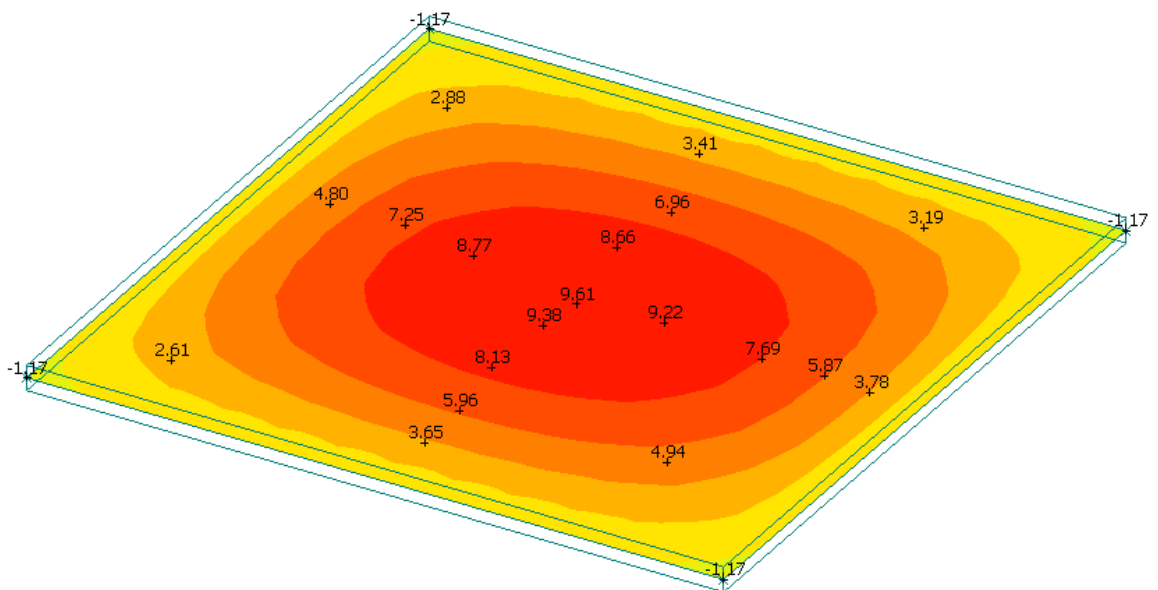
LAATTA 2



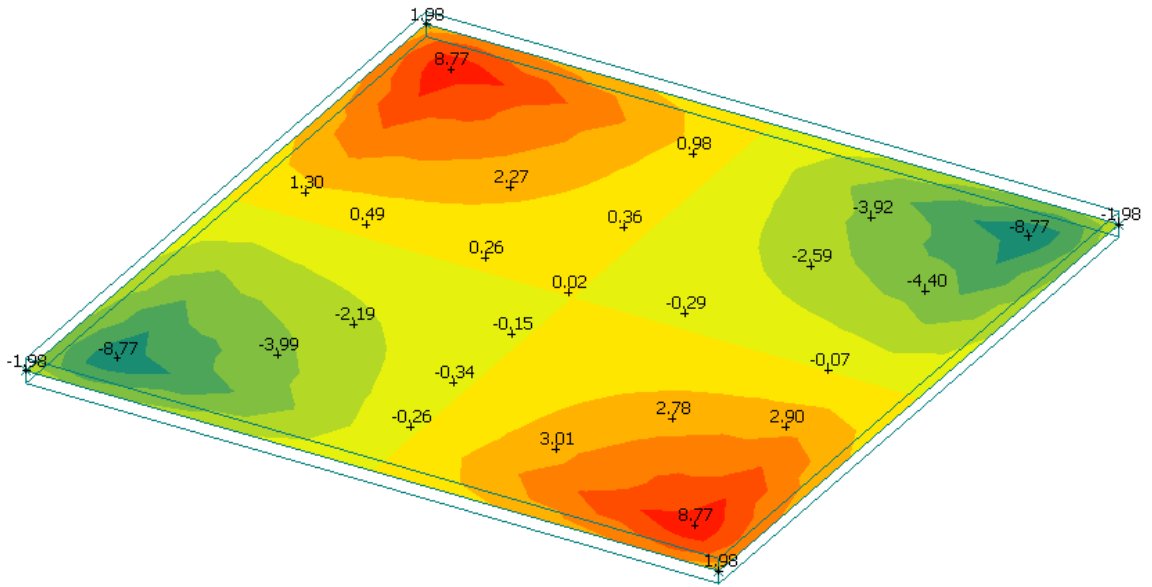
Taipumat [mm]



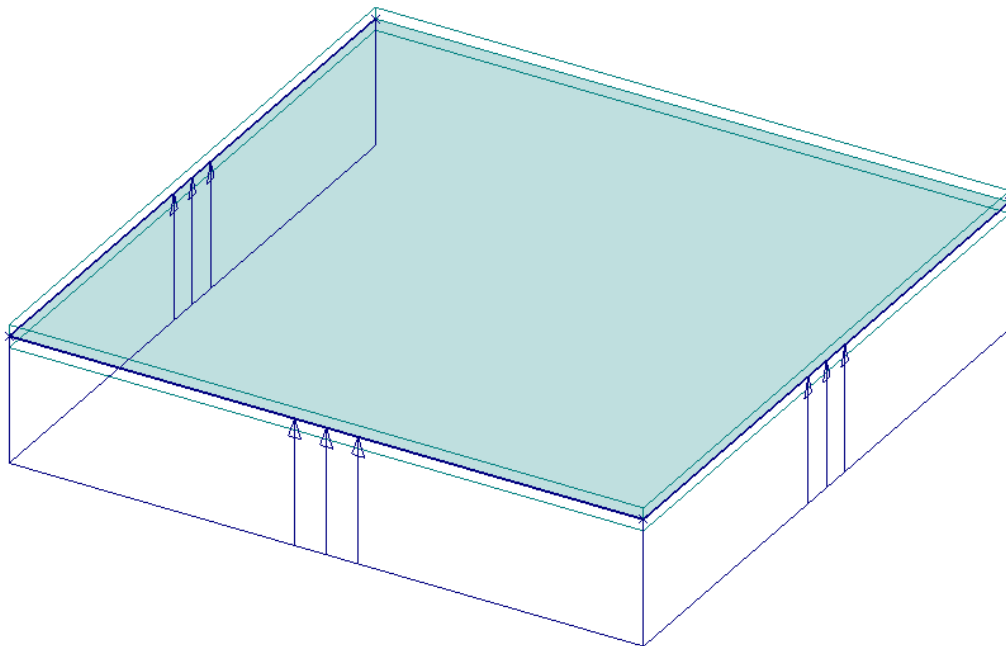
Taivutusmomentti M_x [kNm/m]



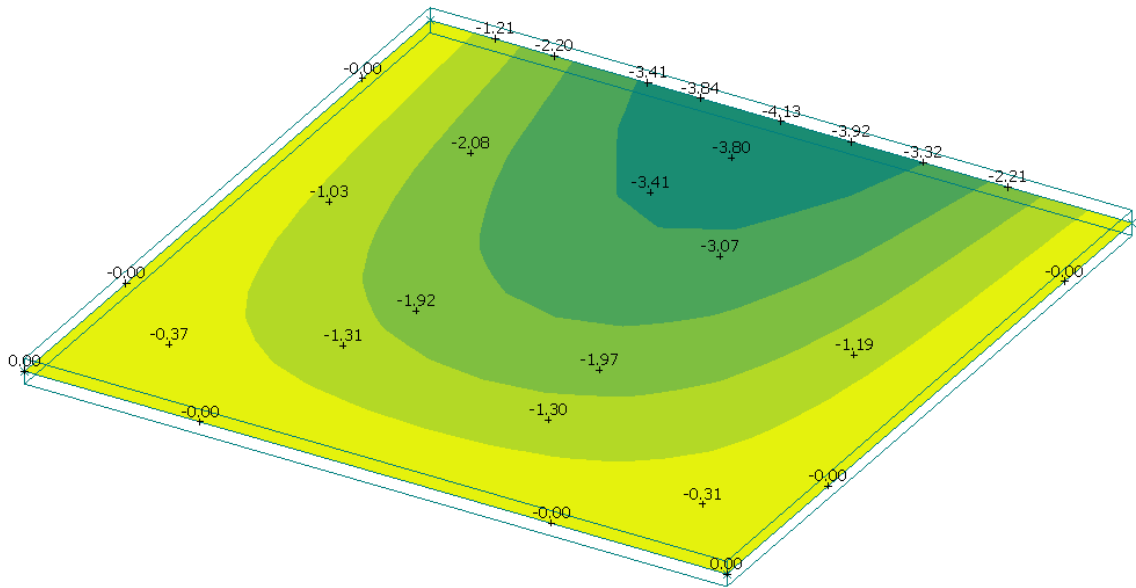
Vääntömomentti M_{xy} [kNm/m]



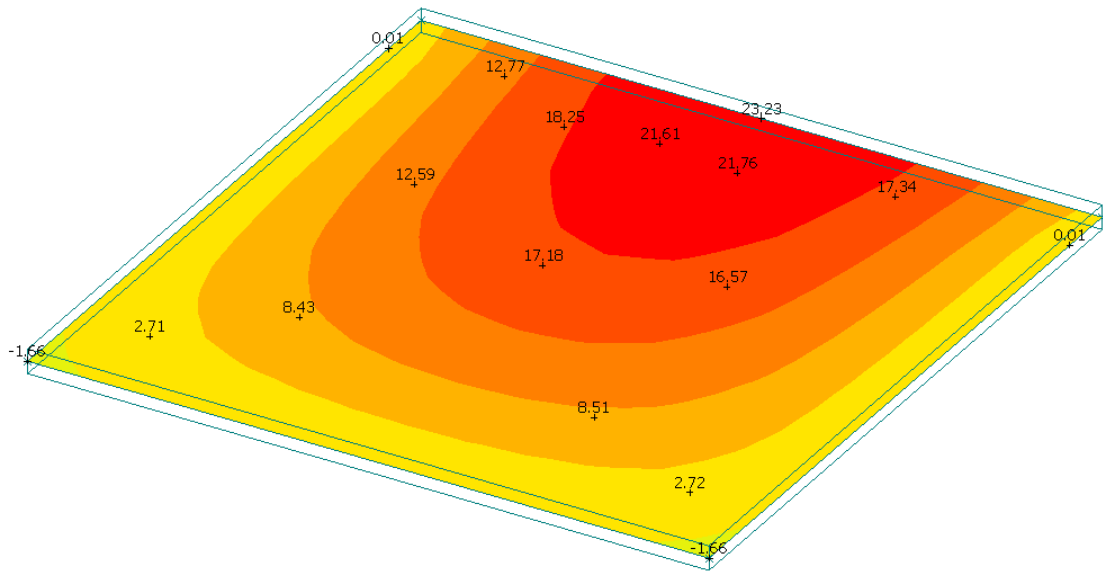
LAATTA 3



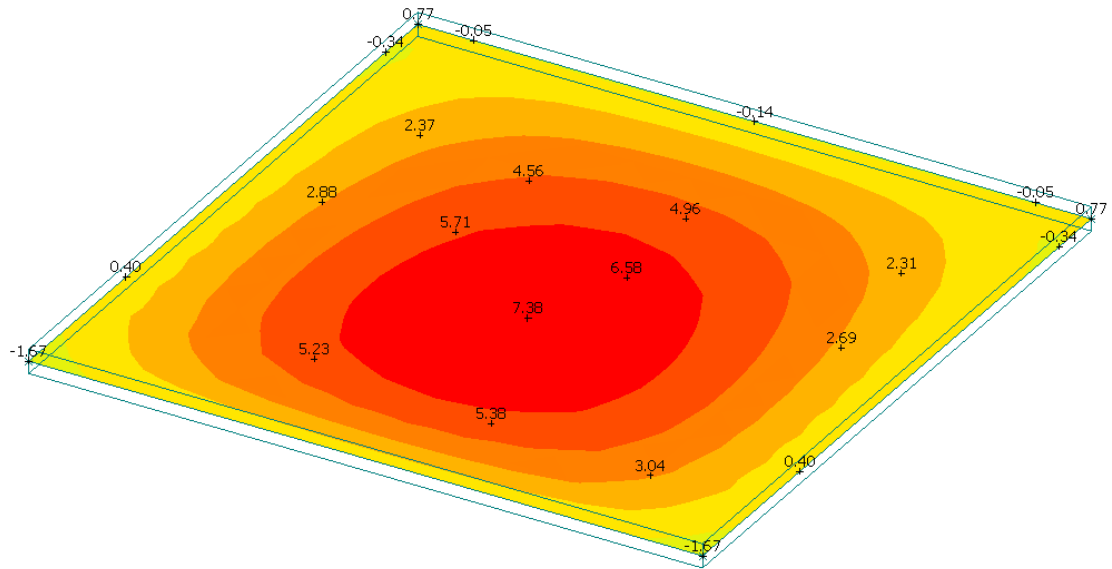
Taipumat [mm]



Taivutusmomentti M_x [kNm/m]



Taivutusmomentti M_y [kNm/m]



Vääntömomentti M_{xy} [kNm/m]

