

Olli Oikarinen

**MYÖTÖVIIVAMENETELMÄ AUKOLLISEN TERÄSBETONILAA-
TAN MITOITUKSESSA**

MYÖTÖVIIVAMENETELMÄ AUKOLLISEN TERÄSBETONILAA- TAN MITOITUKSESSA

Olli Oikarinen
Opinnäytetyö
Kevät 2015
Rakennustekniikan koulutusohjelma
Oulun ammattikorkeakoulu

TIIVISTELMÄ

Oulun ammattikorkeakoulu
Rakennustekniikka, Talonrakennustekniikka

Tekijä(t): Olli Oikarinen

Opinnäytetyön nimi: Myötöviivamenetelmä aukollisen teräsbetonilaatan mitoituksessa

Työn ohjaaja(t): Pekka Nykyri

Työn valmistumislukukausi ja -vuosi: Kevät 2015

Sivumäärä: 33 + 41 liitettä

Teräsbetonilaatan mitoitukseen on olemassa useita menetelmiä. Tässä insinöörityössä keskityttiin suorakaiteen muotoisen, aukollisen laatan mitoitukseen myötöviivamenetelmällä. Myötöviivamenetelmä on plastisuusteorian ylärajalauseen mukainen menetelmä laattojen kuormankantokyvyn laskemiseen.

Työssä tehtiin Mathcad-pohjainen mitoitustyökalu, jolla voidaan ratkaista neljältä sivulta tuetun, tasaisesti kuormitetun aukollisen laatan myötökuorma. Työssä tarkasteltiin aluksi myötöviivateorian yleisiä perusteita ja myötöviivojen muodostumista. Tämän jälkeen käsiteltiin aukollista laattaa ja sen myötökuorman laskentaa. Lopuksi työssä tarkasteltiin työkalun lähtötietojen syöttämistä ja niiden rajoituksia sekä laskentaprosessia.

Laskennan tuloksista saatiin selville tuennan, raudoituksen ja aukon vaikutus myötöviivan muotoon ja laatan kestävyYTEEN. Myös laatan ja aukon koko sekä aukon sijainti vaikuttavat näihin asioihin. Mitoitustyökalua voidaan käyttää vanhan laatan kestävyYden analysointiin, uuden laatan raudoituksen mitoitukseen sekä kuormituksen ja mittojen muutoksen vaikutuksen arviointiin.

Asiasanat: teräsbetonilaatta, myötöviiva, eurokoodi, mitoitus

ABSTRACT

Oulu University of Applied Sciences
Civil Engineering, Structural Engineering

Author(s): Olli Oikarinen

Title of thesis: Yield Line Method in Designing of Reinforced Concrete Slab with Opening

Supervisor(s): Pekka Nykyri

Term and year when the thesis was submitted: Spring 2015

Pages: 33 + 41 appendices

There are a number of methods in dimensioning a reinforced concrete slab. This thesis focused on designing a rectangular slab with an opening with yield line method. The yield line method is based on the upper bound theorem of plastic theory for calculating the load carrying capacity.

The work was carried out in Mathcad-based design tool that can be used to solve yield load for an evenly loaded slab with an opening supported from four sides. First, the thesis handles the general criteria of yield line theory and the formation of yield lines. Next section discusses the slab with opening and its yield load calculation. Finally, the work looks at input data setting and limitations as well as the calculation process.

The calculation results reveals the effect of supports, reinforcement and opening effect on yield line shape and load carrying capacity of the slab. Also, the size of the slab and opening and the location of the opening affected these issues. Dimensioning tool can be used to analyze the load carrying capacity of the old slab, design a new reinforcement as well as reviewing effects when the load or some dimensions are changed.

Keywords: reinforced concrete slab, yield line, eurocode, dimensioning

ALKULAUSE

Insinöörityön ohjaajaani yliopettaja Pekka Nykyriä haluan kiittää mielenkiintoisesta työn aiheesta ja ohjauksesta insinöörityön parissa.

Oulussa 7.5.2015

Olli Oikarinen

SISÄLLYS

TIIVISTELMÄ	3
ABSTRACT	4
ALKULAUSE	5
SISÄLLYS	6
SANASTO	7
1 JOHDANTO	9
2 MYÖTÖVIIVAMENETELMÄ AUKOLLISEN TERÄSBETONILAATAN MITOITUKSESSA	10
2.1 Myötökuvion muoto	12
2.2 Myötöviivan kulku laatan nurkissa	13
2.3 Myötökuorman ratkaiseminen	14
3 AUKOLLINEN LAATTA	17
4 MYÖTÖVIIVATEORIAAN PERUSTUVAN LASKENNAN TOTEUTUS	21
4.1 Lähtötiedot	21
4.2 Laskennan eteneminen	27
4.3 Lopputulos	29
4.4 Myötöviivapiirros	30
5 YHTEENVETO	32
LÄHTEET	33
LIITTEET	
Liite 1 Aukollisen suorakaidelaatan ratkaisu (tapaus 1)	
Liite 2 Aukollisen suorakaidelaatan ratkaisu (tapaus 2)	
Liite 3 Suorakaidelaatan ratkaisu myötöviivamenetelmällä.	
Liite 4 Mathcad-laskentatyökalu	

SANASTO

a	Laatan x-sivumitta
α	Laatan sivumitan suhde (L_x/L_y)
α	Aukon x-sivumitta (mm)
a_r	Supistettu x-sivumitta (mm)
A_s	Terästen pinta-ala (mm^2/m)
b	Laatan y-sivumitta
β	Mekaaninen raudoitussuhde
β	Aukon y-sivumitta (mm)
b_{db}	Raudoituksen myötöä vastaava puristusvyöhykkeen suhteellinen korkeus
b_r	Supistettu y-sivumitta (mm)
b_t	Tarkasteltavan alueen leveys – laamalla 1 m (mm)
CC1-CC3	Seuraamusluokka
c_{min}	Betonipeitteen vähimmäisarvo (mm)
c_{nom}	Betonipeitteen nimellisarvo (mm)
d	Laatan tehollinen paksuus (mm)
ϵ_{cu}	Betonin murtopuristuma
E_s	Betoniteräksen kimmokerroin (MPa)
ϵ_{yd}	Betoniteräksen myötövenymä
f_{cd}	Betonin puristuslujuuden mitoitusarvo (MPa)

f_{ctm}	Betonin keskimääräinen vetolujuus (MPa)
f_{yd}	Betoniteräksen myötölujuuden mitoitusarvo (MPa)
f_{yk}	Betoniteräksen myötölujuuden ominaisarvo (MPa)
g	Rakenteen oma paino (kN/m ²)
$G_{kj,inf}$	Pysyvän kuorman edullinen arvo (kN/m ²)
$G_{kj,sup}$	Pysyvän kuorman epäedullinen arvo (kN/m ²)
h	Laatan paksuus (mm)
K_{FI}	Seuraamusluokan kuormakerroin
μ	Betonipoikkileikkauksen suhteellinen momentti
μ_i	Momenttien välinen suhde m_x/m_y
μ_i	Tukimomenttikerroin
p_u	Myötökuorma [kN/m ²]
q	Pintakuorma [kN/m ²]
$Q_{k,1}$	Määrävän muuttuvan kuorman ominaisarvo
$Q_{k,i}$	Muun muuttuvan kuorman ominaisarvo
ω	Mekaaninen raudoitussuhde
$\psi_{0,i}$	Muun muuttuvan kuorman ominaisarvo

1 JOHDANTO

Teräsbetoni-laatta on tyypillisesti rakennuksen vaakasuora tasorakenne, joka toimii usein rakennuksen jäykistävänä levyrakenteena siirtäen vaakakuormat jäykistävälle pystyrakenteille. Laatat, jotka on raudoitettu yhteen suuntaan, voidaan mitoittaa palkkeina. Ristiin kantavissa laatoissa kuorman ja taivutusmomentin jakautuminen riippuvat jännemitoista ja raudoituksesta.

Laatan suunnittelulla voidaan vaikuttaa laatan kuormankantokykyyn ja taloudellisuuteen. Laattojen erilaisia laskentamenetelmiä ovat MBP-menetelmä (Massiva Betong Plattor), myötöviivateoria, kaistamenetelmä, kimmoteoria ja numeeriset menetelmät. Tässä työssä käsitellään laatan mitoitusta myötöviivamenetelmällä.

Opinnäytetyön tarkoituksena on tuottaa mitoitus työkalu myötökuorman laske-
miseksi suorakaiteen muotoiselle aukolliselle laatalle, joka on tuettu joko jäykästi tai vapaasti neljältä sivulta. Lisäksi työkalun tarkoituksena on tarkastella laatan kuormankantokykyä annettujen kuormien aiheuttaman pintakuorman avulla sekä tuottaa myötöviivakuvio.

Yleensä laattarakenteiden merkitys koko rakennuksen stabiliteetista ei ole niin merkittävä kuin pystyrakenteiden, mutta rungon taloudellisuuteen voidaan vaikuttaa laatan suunnittelussa paljon. Teräsbetoni-laattoihin sijoitettavat teräkset ja laatan paksuudet vaikuttavat merkittävästi rakennuksen kokonaiskuormitukseen.

2 MYÖTÖVIIVAMENETELMÄ AUKOLLISEN TERÄSBETONILAA-TAN MITOITUKSESSA

Laatat ovat usein rakennusten vaakasuoria tasorakenteita, ala-, ylä- ja välipohjia. Laatat siirtävät siihen kohdistuvat kuormat ja oman painon sitä tukeville seinille, palkeille ja pilareille. Laatat toimivat tyypillisesti samalla myös rakennuksen jäykistävänä levyrakenteena siirtäen vaakakuormia jäykistäville pystyrakenteille. Tässä työssä tarkastellaan suorakaiteen muotoisia neljältä sivulta tuettuja laattoja, joiden tuet voivat olla kiertyviä tai momenttijäykkiä. Laatan kuormituksenä käytetään vain tasaista kuormaa. Laatan mitoitus perustuu eurokoodeihin. (1, s. 5.)

Laatat ovat tasomaisia rakenteita, joissa sivumitat L_x ja L_y ovat huomattavasti suuremmat kuin laatan paksuus h . Eurokoodi määrittelee laataksi rakenneosan, jonka sivumitta on vähintään 5 kertaa laatan kokonaispaksuus. (1, s. 6; 2, s. 60.)

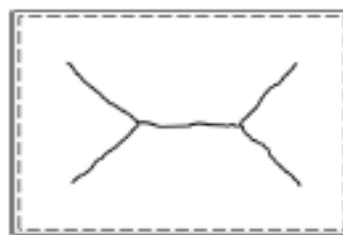
Kun laattaa kuormitetaan kasvavalla kuormalla murtoon saakka, voidaan laatasta havaita seuraavat vaiheet (kuva 1) (1, s. 28):

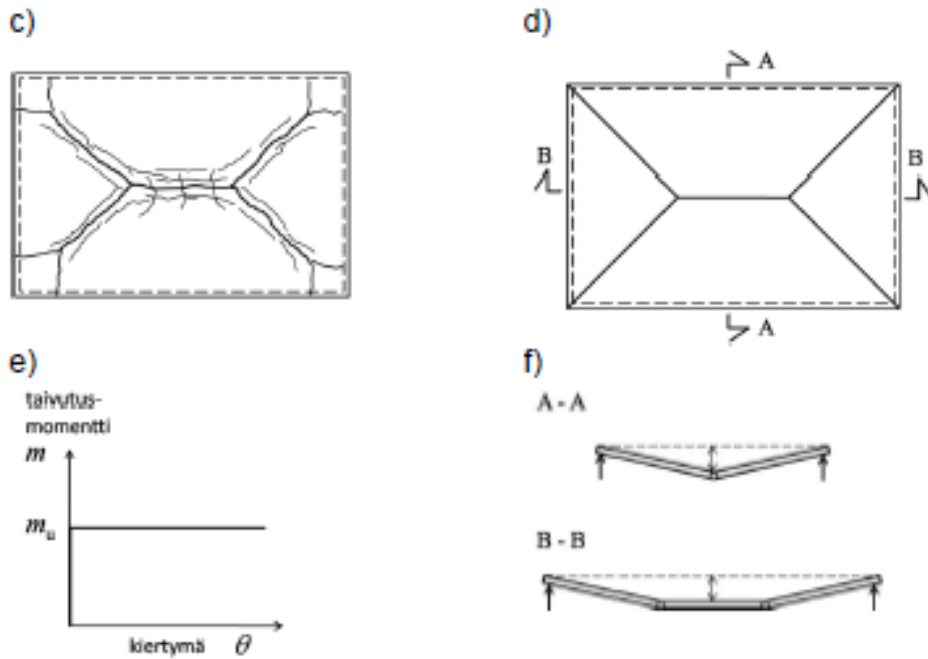
- Pienillä kuormilla laatta on halkeamaton.
- Alueella, johon vaikuttaa suurin taivutusmomentti, syntyy halkeamia.
- Taivutusjäykkyys pienenee oleellisesti halkeamien alueella ja muodonmuutos (kiertymä) kasvaa.
- Muodonmuutokset ovat halkeamattomalla alueella pieniä.
- Halkeamat etenevät ja rauditus alkaa myöhdä eniten rasitetuissa kohdissa.
- Myötövyöhykkeet syntyvät halkeilualueille.
- Kun myötökuvio on täysin kehittynyt, laatta ei ota enää lisää kuormaa.

a)



b)





Myötöviivojen kehittyminen ja laskentamalli
 a..c) halkeilun eteneminen laatan alapinnassa
 d) myötöviivateorian mukainen myötökuvio
 e) jäykkä-plastinen kiertymä-momentti riippuvuus
 f) muodonmuutokset laatan myötöviivoilla

KUVA 1. Myötöviivojen kehittyminen ja laskentamalli (1, s. 28)

Myötöviivateoriaan perustuvissa laskelmissa ajatellaan, että laatan myötö keskittyy myötöviivoille, jotka jakavat laatan osiin niin, että siitä muodostuu mekaniismi. Jokaiselle laatalle on olemassa useita mahdollisia myötökuvioita tai myötömekanismia. Pienimmällä kuormalla syntyvä mekaniismi on määräävä. (3, s. 269-270; 2, s. 29.)

Jotta myötöviivat voivat muodostua, on laatan muodonmuutoskyvyn oltava riittävän suuri. Laatan muodonmuutoskyvyn määrittelee laatan sitkeys. Eurokoodissa on esitelty sitkeysvaatimukset seuraavasti (2, s. 64):

- Vektorauoitusta on enintään niin paljon, että jokaisessa poikkileikkauksessa
 - $x_u/d \leq 0,25$ betonin lujuusluokan ollessa $\leq C50/60$
 - $x_u/d \leq 0,15$ betonin lujuusluokan ollessa $\geq C55/67$.
- Betoniteräksset ovat sitkeydeltään luokkaa B tai C.

- Tukimomentin suhde kenttämomenttiin jokaisessa jänteessä on välillä 0,5-2.

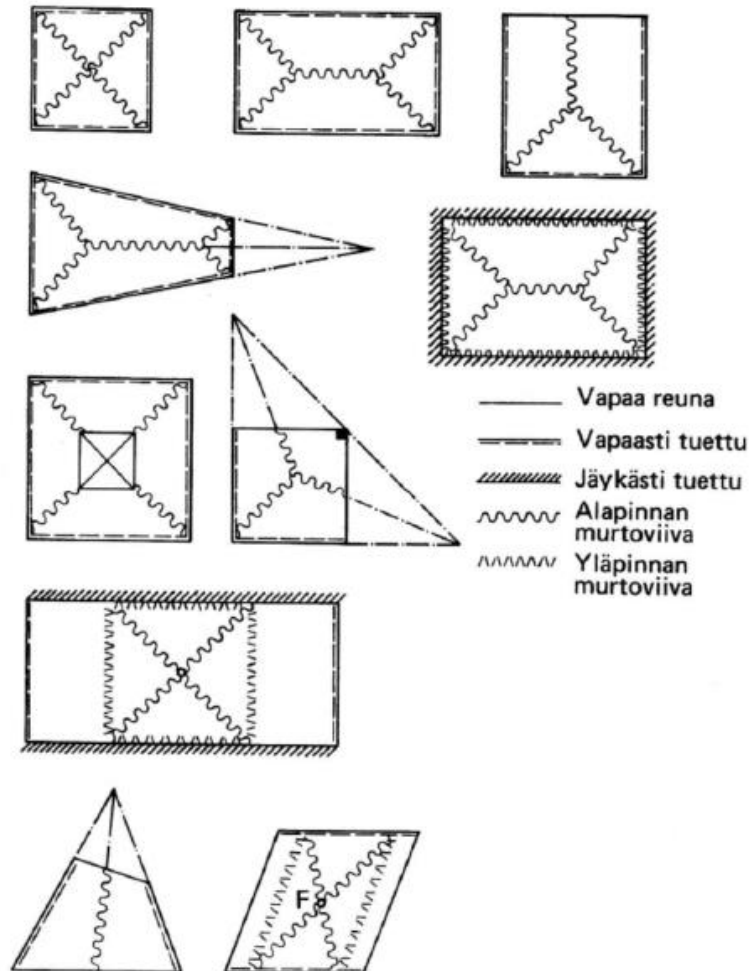
Laskennassa käytettävä menetelmä on plastisuusteorian ylärajalauseen mukainen, mikä tarkoittaa sitä, että saatu murtokuorma on tarkka tai suurempi kuin todellinen murtokuorma. Vaikka myötöviivateoria antaakin ylärajaratkaisun, voidaan menetelmällä saatuja ratkaisuja käytännössä pitää turvallisina, koska mm. kalvovoimien ansiosta todellinen kuormankantokyky on laskettua suurempi. (1, s. 29.)

2.1 Myötökuvion muoto

Koska myötöviivateoria on kinemaattinen menetelmä, täytyy myötökuvion muoto tietää, jotta myötömomentin ja rajakuorman välinen riippuvuus voidaan ratkaista. Myötöviivojen kulku voidaan määrittää seuraavasti (3, s. 270; 1, s. 29):

- Myötöviivat ovat suoria ja toimivat laatan osien kiertymäakseleina.
- Kiertymäakselit yhtyvät viivamaisiin tukiin ja kulkevat pistemäisten tukien kautta.
- Myötöviiva tai sen jatke kulkee siihen rajoittuvien laatan kiertymäakselien leikkauspisteiden kautta.

Edellä mainittujen periaatteiden mukaan määritettyjä myötöviivoja on esitetty kuvassa 2.

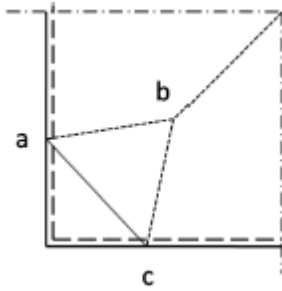


KUVA 2. Esimerkkejä myötöviivojen kulusta (1, s. 30)

2.2 Myötöviivan kulku laatan nurkissa

Myötöviivateorian perussovelluksissa oletetaan, että myötöviivat, jotka suuntautuvat laatan nurkkaa kohti, kulkevat nurkan läpi. Todellisuudessa tämä ei kuitenkaan pidä paikkaansa. Nurkkiin keskittyvät vääntömomentit aiheuttavat kahdelta sivulta tuetuissa laatan nurkissa nostovaikutuksen. (4, s. 141.)

Myötöviivat eivät kulje suorana laatan nurkkaan, vaan myötöviiva haarautuu kahteen osaan, myötöviivan osaan ab ja bc (kuva 1 c ja kuva 3). Laatan nurkka pyrkii tällä mekanismilla nousemaan ylöspäin. Laatan yläpintaan syntyy myötöviiva ac , jos nurkan nousu on estetty. Alapintaan syntyy päinvastaisessa tapauksessa vain myötöviivat ab ja bc . (1, s. 34-35; 3, s. 271.)



KUVA 3. Myötöviivan kulku laatan nurkassa (1, s. 35)

Nurkkavaikutuksen johdosta murtokuorma on todellisuudessa pienempi ja myötömomentti vastaavasti suurempi, eli myötökuvio syntyy pienemmällä kuormalla kuin suorana nurkkaan menevä myötökuvio. Suorakaiteen muotoisilla laatoilla nurkkavaikutuksesta aiheutuva ero on kuitenkin enintään 10 %. (3, s. 271; 1, s. 34.)

Useat kokeet ovat osoittaneet selvästi, että kalvovaikutuksen (membrane action) ansiosta suorakaiteen muotoisten laattojen murtovarmuus on riittävä, vaikka nurkkakuvion vaikutus jätettäisiin huomioon ottamatta. Murtovarmuuden takaamiseksi, yksinkertaisen myötökuvion mukaan johdettuja laskentakaavoja voidaan käyttää käytännön mitoituksessa. (3, s. 271; 1, s. 35.)

2.3 Myötökuorman ratkaiseminen

Laatan myötökuorma (=rajakuorma) on kuorma, jolla laatasta on muodostunut mekanismi, eikä laatta ota enää lisää kuormaa. Myötöviivat ovat tässä vaiheessa täysin kehittyneet, ja myötömomentin suuruinen taivutusmomentti oletetaan vaikuttavan kaikilla myötöviivoilla. (1, s. 32.)

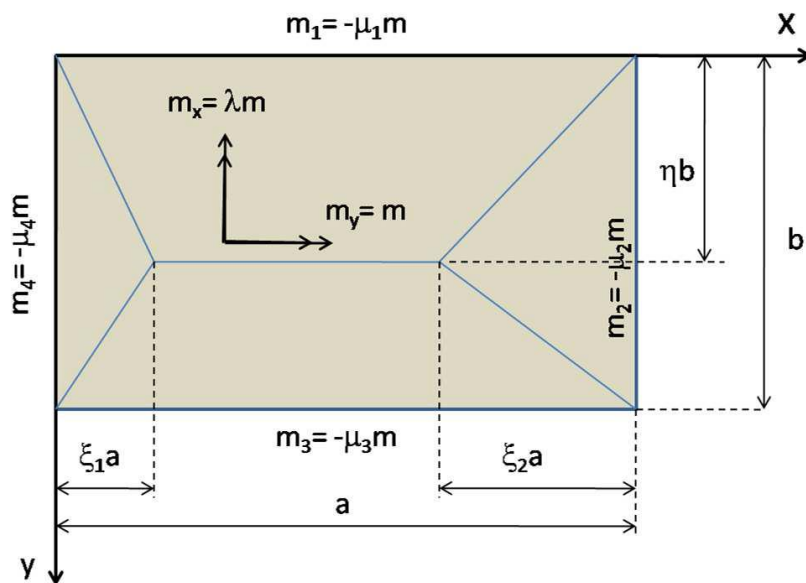
Virtuaalisen työn periaatteella rajakuorma voidaan ratkaista seuraavasti (1, s. 32):

- Laatalle muodostetaan myötöviivakuvio (sisältää mahdollisesti tuntemattomia parametreja).
- Laatalle oletetaan maksimi taipuma a (= virtuaalinen siirtymä).
- Laatan ulkoisen kuorman tekemä virtuaalinen työ W lasketaan virtuaalisen siirtymän a funktiona.

- Kaikilla myötöviivoilla tehdyn sisäisen työn summa D lasketaan.
- Sisäinen ja ulkoinen työ asetetaan yhtä suuriksi, $D=W$.
- Kuorma ratkaistaan myötömomentin funktiona, jos yhtälössä on myötöviivakuvioon liittyviä parametreja, parametreille haetaan arvot, jotka antavat pienimmän kuorman.

Neljältä sivulta tuetun suorakaidelaatan rajakuorma

Neljältä sivulta jäykästä tai vapaasti tuetun laatan myötökuvio on kuvan 4 mukainen. Sivusuhteiden muuttuessa arvot muutetaan vastaamaan myötökuviota.



KUVA 4. Neljältä sivulta tuetun suorakaidelaatan laskentamalli ja muuttujat (1, s. 35)

Laatan rajakuorman laskemiseksi muodostetaan sisäiselle työlle yhtälö kaavan 1 mukaisesti.

$$D = a * b * m * \left[\frac{1}{b^2} * \left[\frac{1}{\eta} * (1 + \mu_1) + \frac{1}{1-\eta} * (1 + \mu_3) \right] + \frac{1}{a^2} * \left[\frac{1}{\xi_2} * (\lambda + \mu_2) + \frac{1}{\xi_1} * (\lambda + \mu_4) \right] \right] \quad \text{KAAVA 1}$$

Ulkoiselle työlle muodostetaan yhtälö kaavan 2 mukaisesti.

$$W = \frac{1}{6} * p * a * b * [3 - (\xi_1 + \xi_2)] \quad \text{KAAVA 2}$$

Kun merkitään ulkoinen ja sisäinen työ yhtä suureksi, saadaan rajakuorman ratkaisu kaavan 3 mukaan.

$$p = 6 * m_u * \frac{1}{3 - (\xi_1 + \xi_2)} * \left[\frac{1}{b^2} * \left[\frac{1}{\eta} * (1 + \mu_1) + \frac{1}{1 - \eta} * (1 + \mu_3) \right] + \frac{1}{a^2} * \left[\frac{1}{\xi_2} * (\lambda + \mu_2) + \frac{1}{\xi_1} * (\lambda + \mu_4) \right] \right] \quad \text{KAAVA 3}$$

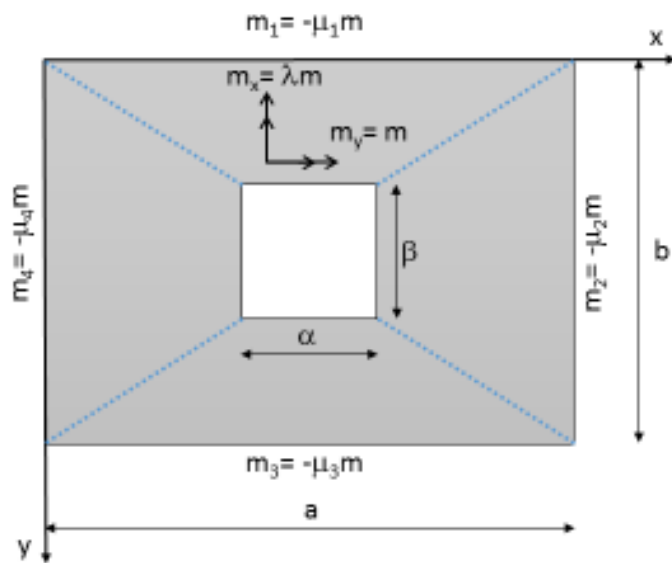
Kaavat 1-3 löytyvät liitteestä 3.

3 AUKOLLINEN LAATTA

Tässä opinnäytetyössä tarkastellaan neljältä sivulta tuetun aukollisen suorakaidelaatan rajakuorman ratkaisua. Tässä työssä esitettävissä kahdessa eri tapauksessa aukko sijaitsee joko laatan keskellä tai laatan nurkassa. Aukon sijainti vaikuttaa myötökuvion muotoon ja rajakuorman laskennassa käytettäviin kaavoihin.

Tapaus 1

Aukollisella laattalla tarkoitetaan tässä tapauksessa laattaa, jonka keskellä on iso reikä. Neljältä sivulta jäykästi tai vapaasti tuetun laatan myötökuvio on kuvan 5 mukainen. Sivusuhteiden muuttuessa arvot muutetaan vastaamaan myötökuviota.



KUVA 5. Neljältä sivulta tuetun aukollisen suorakaidelaatan laskentamalli ja muuttujat

Laatan rajakuorman laskemiseksi muodostetaan sisäiselle työlle yhtälö kaavan 4 mukaisesti.

$$D = 2 * m * \left[\frac{1}{b-\beta} * [2 * (a - \alpha) + \mu_1 * \alpha + \mu_3 * a] + \frac{1}{a-\alpha} [2 * \lambda * (b - \beta) + \mu_2 * b + \mu_4 * b] \right] \quad \text{KAAVA 4}$$

Ulkoiselle työlle muodostetaan yhtälö kaavan 5 mukaisesti.

$$W = \frac{p}{6} [2 * (a * b - a * \beta - \alpha * b + \alpha * \beta) + 3 * [(\alpha * b - \alpha * \beta) + (a * \beta - \alpha * \beta)]] \quad \text{KAAVA 5}$$

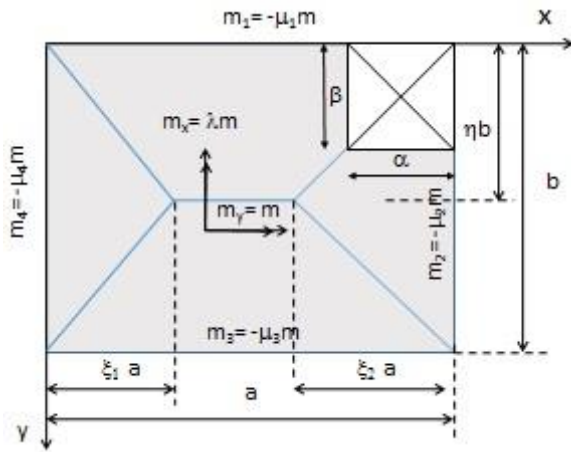
Kun merkitään ulkoinen ja sisäinen työ yhtä suuriksi, saadaan rajakuorman ratkaisu kaavan 6 mukaisesti.

$$p = \frac{12 * m_u * \left[\frac{1}{b-\beta} * [2 * (a - \alpha) + \mu_1 * \alpha + \mu_3 * a] + \frac{1}{a-\alpha} [2 * \lambda * (b - \beta) + \mu_2 * b + \mu_4 * b] \right]}{2 * (a * b - a * \beta - \alpha * b + \alpha * \beta) + 3 * (\alpha * b - \alpha * \beta) + 3 * (\beta * b - \beta * \alpha)} \quad \text{KAAVA 6}$$

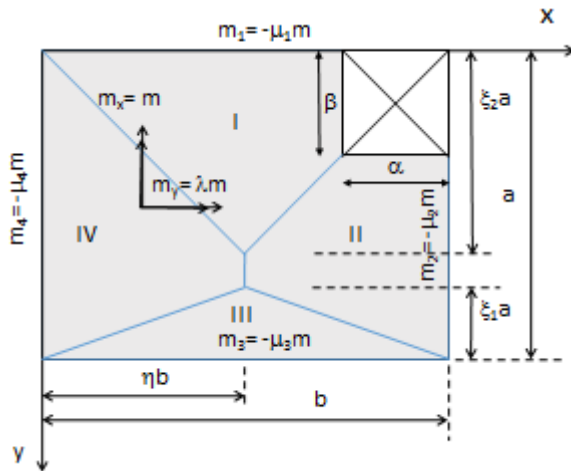
Kaavat 4-6 löytyvät liitteestä 1.

Tapaus 2

Aukollisella laattalla tarkoitetaan tässä tapauksessa laattaa, jonka nurkassa on iso reikä. Neljältä sivulta jäykästi tai vapaasti tuetun laatan myötökuvio on kuvan 6 tai 7 mukainen. Koska myötökuvioita on kaksi erilaista, täytyy nämä molemmat tarkastella, jotta saadaan määräävä tapaus. Määräävä tapaus on se, joka antaa laskennassa pienemmän kuorman. Sivusuhteiden muuttuessa arvot muutetaan vastaamaan myötökuvioita.



KUVA 6. Neljältä sivulta tuetun aukollisen suorakaidelaatan laskentamalli ja muuttujat myötökuviolla 1



KUVA 7. Neljältä sivulta tuetun aukollisen suorakaidelaatan laskentamalli ja muuttujat myötökuviolla 2

Laatan rajakuorman laskemiseksi muodostetaan sisäiselle työlle yhtälö kaavan 7 mukaisesti.

$$D = m \cdot \left[\frac{a-\alpha}{\eta \cdot b} \cdot (1 + \mu_1) + \frac{a}{b-\eta \cdot b} \cdot (1 + \mu_3) + \frac{\lambda \cdot (b-\beta)}{\xi_2 \cdot a} \cdot (1 + \mu_2) + \frac{\lambda \cdot b + \mu_2}{\xi_1 \cdot a} \cdot (1 + \mu_2) \right] \quad \text{KAAVA 7}$$

Ulkoiselle työlle muodostetaan yhtälö kaavan 8 mukaisesti.

$$W = \frac{p}{6} * [2 * (\xi_1 * a * b) + 3 * (a - \xi_1 * a - \xi_2 * a) * b + 2 * (\xi_2 * a * b - \alpha * \beta)]$$

KAAVA 8

Kun merkitään ulkoinen ja sisäinen työ yhtä suuriksi, saadaan rajakuorman ratkaisu kaavan 9 mukaisesti.

$$p = \frac{6 * m_u * \left[\frac{a - \alpha}{\eta * b} * (1 + \mu_1) + \frac{a}{b - \eta * b} * (1 + \mu_3) + \frac{\lambda * (b - \beta)}{\xi_2 * a} * (1 + \mu_2) + \frac{\lambda * b + \mu_2}{\xi_1 * a} * (1 + \mu_2) \right]}{2 * (\xi_1 * a * b) + 3 * (a - \xi_1 * a - \xi_2 * a) * b + 2 * (\xi_2 * a * b - \alpha * \beta)}$$

KAAVA 9

Myötökuvion 2 (kuva 7 sivulla 19) muodostetaan sisäiselle työlle yhtälö kaavan 10 mukaisesti.

$$D = m * \left[\frac{\lambda * (b - \alpha)}{\xi_2 * a} * (1 + \mu_1) + \frac{\lambda * b}{\xi_1 * a} * (1 + \mu_3) + \frac{\lambda * (b - \beta)}{b - \eta * b} * (1 + \mu_2) + \frac{\lambda * b + \mu_2}{\eta * b} * (1 + \mu_2) \right]$$

KAAVA 10

Ulkoisen työn kaava on molemmissa myötökuviossa sama, joten merkitään kaava 10 ja 8 yhtä suuriksi, jotta saadaan rajakuorman ratkaisu kaavan 11 mukaisesti.

$$p = \frac{6 * m_u * \left[\frac{\lambda * (b - \alpha)}{\xi_2 * a} * (1 + \mu_1) + \frac{\lambda * b}{\xi_1 * a} * (1 + \mu_3) + \frac{\lambda * (b - \beta)}{b - \eta * b} * (1 + \mu_2) + \frac{\lambda * b + \mu_2}{\eta * b} * (1 + \mu_2) \right]}{2 * (\xi_1 * a * b) + 3 * (a - \xi_1 * a - \xi_2 * a) * b + 2 * (\xi_2 * a * b - \alpha * \beta)}$$

KAAVA 11

Kaavat 7-11 löytyvät liitteestä 2.

4 MYÖTÖVIIVATEORIAAN PERUSTUVAN LASKENNAN TOTEUTUS

Aukollisen teräsbetonilaatan myötöviivateoriaan perustuva laskenta suoritettiin Matchcad-ohjelmalla. Opinnäytetyön tarkoituksena oli tuottaa Matchcad-pohjainen laskentatyökalu, johon käyttäjä syöttää materiaalitiedot, laatan ja aukon mitat, raudoituksen sekä kuormituksen. Työkalu ratkaisee syötettyjen tietojen perusteella rakenteen rajakuorman, jonka avulla voidaan tarkastella laatan kestävyyttä. Laskentatyökalua voidaan hyödyntää rakennelaskelmien tarkastuksessa, vanhojen rakenteiden kapasiteetin vertailussa sekä haarukoidessa kuormitukselle raudoitusta.

4.1 Lähtötiedot

Lähtötietoihin käyttäjä antaa työkalulle tarvittavat tiedot materiaaleista, raudoituksesta, tuennasta, aukosta ja kuormituksesta. Jotta myötöviivateoriaa voidaan käyttää, täytyy laatan muodonmuutoskyvyn oltava riittävän suuri. Työkalu ilmoittaa, täytyvätkö myötöviivateorian käytölle sekä laatalle asetetut vaatimukset.

Materiaalit

Alasvetovalikosta käyttäjä valitsee betonin, joka on mahdollista valita väliltä C12/15 – C90/105 (kuva 8). Valinta aktivoi kyseisen betonin lujuus- ja muodonmuutosominaisuudet. Teräsluokista on mahdollista valita vain A500HW, B500B tai B500CL, koska plastisuusteorian mukaista analyysia käytettäessä betoniterästen täytyy kuulua sitkeydeltään luokkaan B tai C (2, s. 64).

Lähtötiedot

Betoni	<input type="text" value="C30/37"/>
Teräs	<input type="text" value="A500HW"/>
Betonipeitteen nimellisarvo [mm]	<input type="text" value="30"/>
Toteutusluokka	<input type="text" value="1-luokka"/>
Seuraamusluokka	<input type="text" value="CC1"/>

KUVA 8. Lähtötietojen syöttäminen

Käyttäjä syöttää betonipeitteen nimellisarvon c_{nom} , joka on betonipinnan ja sitä lähimpänä olevan raudituksen pinnan välinen etäisyys. Nimellisarvo määritellään kaavan 12 mukaisesti (2, s. 52).

$$c_{nom} = c_{min} + \Delta c_{dev}$$

KAAVA 12

c_{min} = betonipeitteen vähimmäisarvo, jolla taataan tartunta, säilyvyys ja palonkestävyys

Δc_{dev} = mittapoikkeama, yleensä 10 mm laatoilla

Toteutusluokista on mahdollista valita 1- tai 2-luokka. Toteutusluokan valinnalla saadaan betonin ja betoniteräksen osavarmuusluvut γ_c ja γ_s .

Seuraamusluokan valinta määrittelee kuormakertoimen K_{FI} arvon väliltä 0,9 - 1,1. Seuraamusluokista on mahdollista valita CC1 (vähäiset seuraamukset), CC2 (keskisuuret seuraamukset) tai CC3 (suuret seuraamukset).

Laatta

Laatalle annetaan paksuus h ja sen sivumitat a ja b kuvan 9 mukaisessa järjestyksessä. Kuvassa 10 on sivumitan merkintöjen suunnat. Annetusta paksuudesta h (mm) työkalu laskee laatan oman painon käyttäen betonin painon ominaisarvoa 25 kN/m^3 .

Laatta

Laatan paksuus h [mm]

270

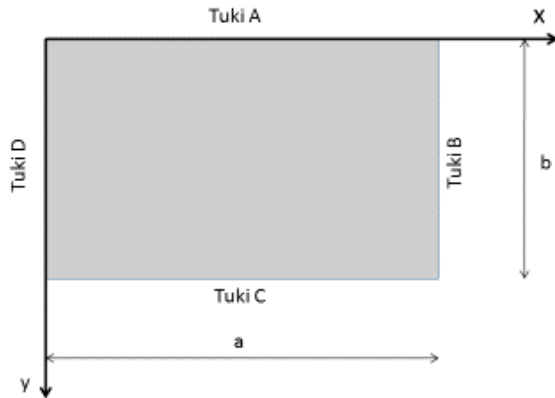
Laatan sivumitta a [mm]

8000

Laatan sivumitta b [mm]

4000

KUVA 9. Laatan tiedot



KUVA 10. Laatan koordinaattien suunnat ja tukien määritykset

Laatan sivumitat annetaan millimetreinä ja ne ovat laatan ulkomittoja. Tehollinen jännemitta, jonka työkalu laskee, lasketaan kaavan 13 mukaan (2, s. 61).

$$l_{eff} = \text{sivumitta} - \text{tuki}_1 - \text{tuki}_2 + \min \left\{ \frac{1}{2} * \text{laatan paksuus}; \frac{1}{2} * \text{tuki}_1 \right\} + \min \left\{ \frac{1}{2} * \text{laatan paksuus}; \frac{1}{2} * \text{tuki}_2 \right\} \quad \text{KAAVA 13}$$

Kentän raudoitustiedot

Käyttäjä määrittelee työkalulle laatan kenttäraudoituksen kuvan 11 mukaisesti. Alasvetovalikosta käyttäjä valitsee teräksen koon sekä antaa jakovälin mitan millimetreinä. Jakoväli on kahden teräksen välinen etäisyys teräksen keskeltä keskelle mitattuna.

Raudoitus kentässä

X-akselin suuntaiset	Teräokset	<input type="text" value="T16"/>
	Jakoväli [mm]	<input type="text" value="250"/>
Y-akselin suuntaiset	Teräokset	<input type="text" value="T16"/>
	Jakoväli [mm]	<input type="text" value="200"/>

KUVA 11. Kenttäraudoituksen lisääminen

Tukien tiedot

Tukien tiedot lisätään kuvan 10 (sivulla 23) mukaisessa järjestyksessä. Tuelle annetaan tarvittavat tiedot tuentatapauksesta riippuen kuvan 12 mukaan. Kun kyseessä on vapaa tuki, syötetään tuen tietoihin pelkästään tuen leveys millimetreinä. Tuki on vapaa, jos sillä sallitaan kiertymä eli sitä ei ole liitetty momenttijäykästi laatan reunaan. Tuennan ollessa jäykkä lisätään tietoihin tuen leveyden lisäksi tuella olevat teräkset ja niiden jakovälit. Tuki on jäykkä, jos se on liitetty momenttijäykästi laattaan tai laatta on jatkuva tuella.

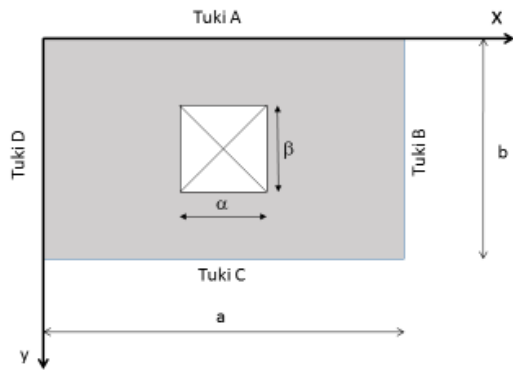
Tukien tiedot

Tuki A		
<input type="radio"/> Vapaa tuki	Tuen leveys [mm]	<input type="text" value="100"/>
<input checked="" type="radio"/> Jäykkä tuki	Teräkset	<input type="text" value="T14"/>
	Jakoväli [mm]	<input type="text" value="250"/>
Tuki B		
<input checked="" type="radio"/> Vapaa tuki	Tuen leveys [mm]	<input type="text" value="100"/>
<input type="radio"/> Jäykkä tuki	Teräkset	<input type="text" value="T16"/>
	Jakoväli [mm]	<input type="text" value="200"/>
Tuki C		
<input checked="" type="radio"/> Vapaa tuki	Tuen leveys [mm]	<input type="text" value="100"/>
<input type="radio"/> Jäykkä tuki	Teräkset	<input type="text" value="T14"/>
	Jakoväli [mm]	<input type="text" value="250"/>
Tuki D		
<input checked="" type="radio"/> Vapaa tuki	Tuen leveys [mm]	<input type="text" value="100"/>
<input type="radio"/> Jäykkä tuki	Teräkset	<input type="text" value="T16"/>
	Jakoväli [mm]	<input type="text" value="200"/>

KUVA 12. Tukien tietojen lisääminen

Aukon tiedot

Käyttäjä valitsee aukon sijainnin (kuva 5 ja 6 sivuilla 17 ja 19) ja antaa sille sivumitat α ja β millimetreinä (kuva 13) kuvan 14 mukaisessa järjestyksessä. Aukon sijainti vaikuttaa rajakuorman laskennassa käytettäviin kaavoihin ja myötöviivojen kulkuun.



KUVA 13. Aukon koordinaattien suunnat

Aukon tiedot

Aukon sijainti

- Keskellä
 Kulmassa

Aukon sivumitta α [mm]

Aukon sivumitta β [mm]

KUVA 14. Aukon tietojen syöttäminen

Kuormat

Työkaluun syötettävät kuormat on jaettu pysyviin ja muuttuviin kuormiin. Työkaluun voidaan syöttää laatan omapainon lisäksi kolme eri pysyvää kuormaa. Laatan omapaino lasketaan kaavan 14 mukaan.

$$g_{op} = h * 25 \text{ kN/m}^3$$

KAAVA 14

Muuttuvia kuormia voidaan syöttää maksimissaan 3 (kuva 15) ja niille valitaan alaspöytävalikosta kuormitusnormien kuormaluokan tyyppi, joka määrää muuttuvien kuormien yhdistelykertoimet ψ_i (5, s. 49).

Kuormat

Pysyvät kuormat

Rakenteen omapaino [kN/m²]: $g_{op} = 6.75 \frac{kN}{m^2}$

Pysyvä kuorma 1 [kN/m²]:

Pysyvä kuorma 2 [kN/m²]:

Pysyvä kuorma 3 [kN/m²]:

Muuttuvat kuormat

Kuorma 1 [kN/m²]: Kuorman 1 käyttöluokka:

Kuorma 2 [kN/m²]: Kuorman 2 käyttöluokka:

Kuorma 3 [kN/m²]: Kuorman 3 käyttöluokka:

- A: asuintilat
- B: toimistotilat
- C: kokoontumistilat
- D: myymälätilat
- E: varastotilat
- F: liikennöitävät tilat, G<30 kN
- G: liikennöitävät tilat, G>30 kN
- H: vesikatot
- lumikuorma: sk<2.75 kN/m²
- lumikuorma: sk>=2.75 kN/m²
- jäakuorma
- ei kuormaa

KUVA 15. Laatan kuormat

Laatalle ja myötöviivateorialle asetetut vaatimukset

Eurokoodissa on asetettu laatalle ja myötöviivateorian käytölle useita eri vaatimuksia, joiden täytyy toteutua, jotta kyseistä laskentamenetelmää voidaan käyttää. Työkalu tarkistaa syötettyjen lähtötietojen perusteella kyseiset vaatimukset (kuva 16). Mikäli vaatimus täyttyy, vihreä teksti ilmoittaa kyseisen vaatimuksen olevan kunnossa. Mikäli vaatimus ei täyty, teksti värjäytyy punaiseksi.

Tarkastettava	Vaatus	Toteutuma	
Sivumitta/paksuus	$5 \cdot h = 1.35 \text{ m}$	$\min(a, b) = 9.9 \text{ m}$	Laatan sivumitat täyttävät vaatimuksen EC 5.3.1
$t + 10 < c_{nom}$	$\max(t_x, t_y) + 10 \text{ mm} = 0.026 \text{ m}$	$c_{nom} = 0.03 \text{ m}$	Betonipeitteen vähimmäisarvo täyttää vaatimuksen EC 4.4.1.1
$c_{nom} < \frac{h}{2}$	$\frac{h}{2} = 0.135 \text{ m}$	$c_{nom} = 0.03 \text{ m}$	Betonipeitteen vähimmäisarvo täyttää vaatimuksen
Vetoraudoituksen $\frac{x_u}{d}$	$\begin{cases} 0.25 \text{ if } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0.15 \text{ if } f_{ck} \geq 55 \text{ MPa} \end{cases}$	$0.25 \max\left(\frac{\beta_x}{\lambda_1}, \frac{\beta_y}{\lambda_1}\right) = 0.119$	Vetoraudoitus täyttää vaatimuksen EC 5.6.2
Tukimomentin suhde kenttämomenttiin	$0 < 0.5 \dots 2$	$\mu_{tuk1} = 0.625$ $\mu_{tuk3} = 0$	Tukimomentin suhde kenttämomenttiin X-akselin suunnassa täyttää vaatimuksen EC 5.6.2
+	$0 < 0.5 \dots 2$	$\mu_{tuk2} = 0$ $\mu_{tuk4} = 0$	Tukimomentin suhde kenttämomenttiin Y-akselin suunnassa täyttää vaatimuksen EC 5.6.2
Minimiraudoitus $A_{s,min} < A_s$	$A_{s,min} = 361.92 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$	$\min(A_{s,x}, A_{s,y}) = 773.315 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$	Laatan rauditus täyttää vaatimuksen EC 9.2.1.1
Maksimi tankovalin $< \min(2 \cdot h, 250 \text{ mm})$	$\min(2 \cdot h, 250 \text{ mm}) = 0.26 \text{ m}$	$\max(k_x, k_y) = 0.26 \text{ m}$	Virhe - Laatan pääraudoitus ei täytä tankovalin vaatimusta EC 9.3.1.1 (KL)

KUVA 16. Annettujen lähtötietojen tarkistus

Eurokoodin mukaan tarkastettavat kohdat ovat:

- Laatan sivumittojen tarkastaminen EC 5.3.1 kohdan mukaan (2, s. 60):
 - Laatta on rakenneosana, jonka sivumitta on vähintään 5 kertaa laatan kokonaispaksuus.
- Betonipeitteen nimellisarvo c_{nom} on oltava väliltä teräksen halkaisija + 10 mm ja puolet laatan paksuudesta (2, s. 52).
- Sitkeysvaatimusten tarkastaminen EC 5.6.2 kohdan mukaan (2, s. 64):
 - Vetorauhoitusta on enintään niin paljon, että jokaisessa poikkileikkauksessa $x_u/d \leq 0,25$, kun betonin lujuusluokka on $\leq C50/60$ ja $x_u/d \leq 0,15$, kun betonin lujuusluokka on $\geq C55/67$.
 - Betoniteräksiset ovat sitkeydeltään luokkaa B tai C.
 - Tukimomentin suhde kenttämomenttiin jokaisessa jänteessä on välillä 0,5-2.
- Pääraudoituksen vähimmäisalan tarkastaminen EC 9.2.1.1 kohdan mukaan (2, s. 153) (kaava 15):

$$A_{s,min} = \max\left(0,26 * \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} * b_t * d; 0,0013 * b_t * d\right) \quad \text{KAAVA 15}$$

- Tankovälin enimmäisarvo $s_{max,slabs}$ tarkastaminen EC 9.3.1.1 kohdan mukaan (6, s. 12). Pääraudoituksen oletetaan olevan maksimimomentin kohdalla, joten enimmäisarvo on $2h \leq 250$ mm.

4.2 Laskennan eteneminen

Lähtötietojen perusteella työkalu suorittaa vaaditut laskennat. Työkalun suorittamat laskennat on suoritettu erillisillä laskenta-alueilla, jotka ovat piilotettuina loppullisessa työkalussa. Laskenta-alueilla saadut vastaukset kopioidaan lopputuloksiin.

Raudoituksesta saatavan momentin laskeminen

Annettujen raudoitusten momenttikapasiteetit lasketaan kentässä ja tuen ollessa jäykkä. Laskenta tapahtuu seuraavan mitoitusjärjestyksen mukaisesti:

Lasketaan mekaaninen raudoitussuhde ω (kaava 16) ja β (kaava 17) sekä tarkastellaan sen toiminta myödessä.

$$\omega = \frac{A_s * f_{yd}}{d * b_t * f_{cd}} \quad \text{KAAVA 16}$$

$$\beta = \omega, \text{ jos } \beta < \beta_{db} \quad \text{KAAVA 17}$$

$$\beta_{db} = \frac{\lambda * \varepsilon_{cu}}{(\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{yd})} \quad \text{KAAVA 18}$$

ω = mekaaninen raudoitussuhde

A_s = annettujen teräksien pinta-ala (mm^2/m)

f_{yd} = betoniteräksen myötölujuuden mitoitusarvo (MPa)

d = laatan toiminnallinen paksuus, $h - c_{\text{nom}}$ (mm)

b_t = tarkasteltavan alueen leveys, laatalta 1 m (mm)

f_{cd} = betonin puristuslujuuden mitoitusarvo (MPa)

β = mekaaninen raudoitussuhde

β_{db} = raudoituksen myötöä vastaava puristusvyöhykkeen suhteellinen korkeus

λ = puristetun alueen tehollisen korkeuden määrittävä kerroin, $\lambda = 0,8$ kun $f_{ck} \leq 50$ MPa, $\lambda = 0,8 - (f_{ck} - 50/400)$ kun 50 MPa $< f_{ck} \leq 90$ MPa.

ε_{cu} = betonin murtopuristuma

ε_{yd} = betoniteräksen myötövenymä

Mekaanisen raudoitussuhteen perusteella lasketaan poikkileikkauksen suhteellinen momentti μ (kaava 19).

$$\mu = \beta * \left(1 - \frac{\beta}{2}\right) \quad \text{KAAVA 19}$$

Suhteellista momenttia käytetään puristusvyöhykkeen ottaman momentin M_{Rd} laskemiseen (kaava 20).

$$M_{Rd} = \mu * d * b_t * f_{cd} \quad \text{KAAVA 20}$$

Näitä momenteja käytetään tukimomenttikertoimien määrittämiseen.

Myötökuorman laskeminen

Tässä työssä tarkastellaan suorakaiteen muotoista aukollista laattaa, jonka aukon sijainnit on rajattu kahteen eri tapaukseen (kuva 5 ja 6 sivuilla 17 ja 19). Kummallekin tapaukselle on omat kaavat myötökuorman laskemiselle, jotka on johdettu liitteissä 1 ja 2.

Pintakuorman määrittäminen

Syötettyjen kuormien perusteella suoritetaan laatan pintakuorman määrittäminen kuormitusnormien mukaan rakenteen ja rakenneosien kestävyuden / geoteknisen kantavuuden perusteella (STR). Pintakuorman kaavaksi valitaan se, joka antaa suuremman tuloksen (5, s. 38).

Yhtälö 6.1.0a muodostetaan kaavan 21 mukaisesti.

$$1,35 \cdot K_{FI} \cdot G_{kj,sup} \quad \text{KAAVA 21}$$

Yhtälö 6.10b muodostetaan kaavan 22 mukaisesti.

$$1,15 \cdot K_{FI} \cdot G_{kj,sup} + 0,9 \cdot G_{kj,inf} + 1,5 \cdot K_{FI} \cdot Q_{k,1} + 1,5 \cdot K_{FI} \cdot \sum \psi_{0,1} \cdot Q_{k,i} \quad \text{KAAVA 22}$$

K_{FI} = kuormakerroin (0,9-1,1), joka määräytyy seuraamusluokan mukaan

$G_{kj,sup}$ = pysyvän kuorman epäedullinen arvo

$G_{kj,inf}$ = pysyvän kuorman edullinen arvo

$Q_{k,1}$ = määräävä muuttuva kuorma

$Q_{k,i}$ = muut muuttuvat kuormat

$\psi_{0,1}$ = kuormaluokan mukainen muuttuvien kuormien yhdistelykerroin

4.3 Lopputulos

Lopputuloksiin työkalu laskee murtorajatilan kuorman lähtötietoihin annetun seuraamusluokan ja annettujen kuormitusten perusteella. Lähtötiedoissa syötetyt laatan ja aukon mitat ja sijainti, raudoitustiedot sekä tuentatapaus vaikutta-

vat laskennan kautta saatavan myötökuorman suuruuteen. Saatuja tuloksia verrataan keskenään ja näistä lasketaan laatalle käyttöaste prosentteina. Jos myötökuorma on suurempi kuin murtorajatilan kuorma, laatta kestää kuormituksen ja työkalu ilmoittaa vihreällä ”Laatta kestää kuormituksen” (kuva 17). Jos taas murtorajatilan kuorma on suurempi kuin myötökuorma, laatta ei kestä kuormitusta ja siitä tulee ilmoitus punaisella ”Laatta ei kestä kuormitusta”.

Lopputulokset

$$\text{Murtorajatilan kuorma [kN/m}^2\text{]} \quad p = 31.421 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Myötökuorma [kN/m}^2\text{]} \quad p_u = 36.649 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Käyttöaste [\%]} \quad \frac{p}{p_u} \cdot 100 = 85.737$$

Laatta kestää kuormituksen

KUVA 17. Lopputulokset: murtorajatilan kuorma, myötökuorma ja käyttöaste

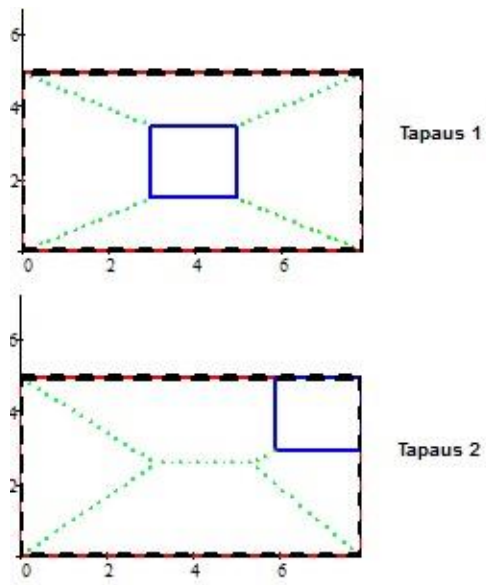
4.4 Myötöviivapiirros

Lopputulosten jälkeen työkalu tuottaa syötettyjen lähtöarvojen mukaisen myötöviivapiirroksen, josta ilmenee laatan ja aukon sivumitat, tuentapa sekä myötöviivakuvio. Piirroksen avulla voi tarkistaa syötettyjen lähtötietojen oikeellisuuden.

Tapauksissa, joissa aukko on laatan keskellä, myötöviivat muodostuvat aina laatan nurkista aukon kulmiin, joten myötöviivoille ei ole olemassa apusuureita joiden avulla näiden sijainti lasketaan (kuva 5 sivulla 17). Kun taas tapauksissa joissa, aukko on laatan kulmassa, täytyy myötöviivojen sijainnit laskea tuntemattomien apusuureiden η , ξ_1 ja ξ_2 avulla (kuva 6 sivulla 19).

Myötökuorman ratkaisuun johdetuissa kaavoissa (kaava 9 ja 11 sivulla 20) ai-noat tuntemattomat parametrit ovat myötöviivan muodostumiseen vaikuttavat apusuureet. Nämä tuntemattomat apusuureet ratkaistaan Mathcadin ratkaisijaa käyttämällä. Ratkaisija asetetaan hakemaan funktion minimiarvoa minimin antavilla apusuureilla, koska pienin myötökuorman arvo on määräävä. Ratkaistuja apusuureita käytetään myötöviivakuvion määrittämiseen (kuva 18).

Liitteessä 3 on esitetty ratkaisu apusuureiden laskemiselle Mathcadin ratkaisijaa käyttäen.



KUVA 18. Myötöviivapiirrokset rajauksen mukaisissa tapauksissa 1 ja 2

5 YHTEENVETO

Insinööriyön tavoitteena oli tuottaa Mathcad-pohjainen, möytöviivamenetelmän mukainen mitoitus työkalu neljältä sivulta tuetulle, tasaisesti kuormitetulle, suorakaiteen muotoiselle teräsbetonilaatalle, jossa laatan keskellä tai kulmassa on iso aukko. Työkalun tuli verrata laskettua myötökuormaa annettujen kuormien aiheuttamaan pintakuormaan. Lisäksi työkalun tuli tuottaa lähtöarvojen mukainen piirros, josta ilmenevät laatan ja aukon mitat, tuentatavat sekä hahmotelma möytöviivakuviosta.

Työssä onnistuttiin tuottamaan rajauksen mukainen mitoitus työkalu kahdelle eri tapaukselle. Työkalun antamat tulokset osoittavat, että laatta on kestävämpi, jos aukko sijaitsee laatan keskellä. Kulmassa oleva aukko vähentää laatan tukea, joten kuormankantokyky on pienempi, kuten voisi olettaakin.

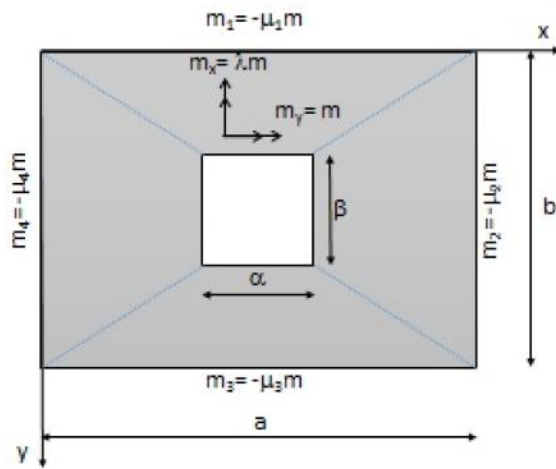
Työkalun tuottaman möytöviivakuvioiden avulla voidaan osoittaa hyvin, että aukon sijainti ja koko, laatan raudoitus sekä tuentatapaus vaikuttavat myötökuvion muotoon. Möytöviivat kulkevat aukon kulmiin ja jäykästi tuetuilta sivuilta möytöviivat karkaavat. Möytöviivan kulma riippuu tuen jäykkyysasteesta, eli siitä, kuinka hyvin tuki on raudoitettu.

Työkalua voidaan käyttää vanhan laatan kestävyysanalysointiin sekä uuden laatan raudoituksen määrittämiseen. Työkalulla voidaan myös arvioida kuormituksen, mittojen ja tuentatapauksien muutoksista johtuvia vaikutuksia.

LÄHTEET

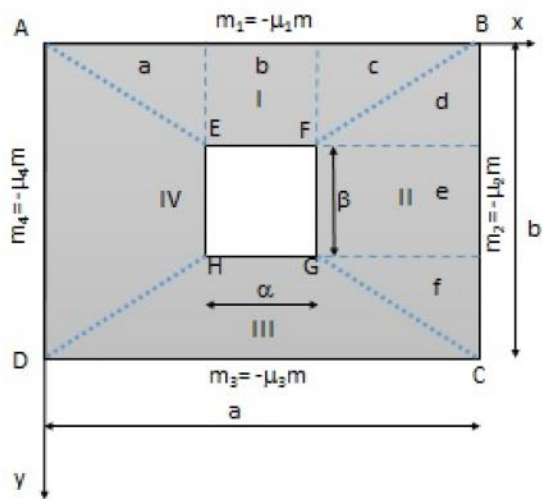
1. Nykyri, Pekka 2015. Betonirakenteiden suunnittelun oppikirja – osa 2: by 211. Helsinki: BY-koulutus Oy.
2. Eurokoodi 2: Betonirakenteiden suunnittelu. 2005. Osa 1-1: Yleiset säännöt ja rakennuksia koskevat säännöt. SFS-EN 1992-1-1. Helsinki: Suomen Standardisoimisliitto.
3. RIL 125-1986. 1986. Teräsbetonirakenteet. Suomen Rakennusinsinöörien Liitto RIL r.y.
4. By 210 Betonirakenteiden suunnittelu ja mitoitus. 2008. Suomen Betoniyhdistys r.y. Suomen Betonitieto Oy. Gummerus Kirjapaino Oy, Jyväskylä 2008.
5. RIL201-1-2008. 2008. Suunnitteluperusteet ja rakenteiden kuormat. Eurokoodit EN1990, EN1991-1-1. 2008. Helsinki: Hansa-print Oy.
6. Eurokoodi 2. Kansallinen liite 7: Betonirakenteiden suunnittelu. 2007. Helsinki: Ympäristöministeriön asetus.

RAJAKUORMA AUKOLLISELLE SUORAKAIDELAATALLE



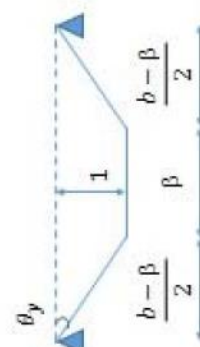
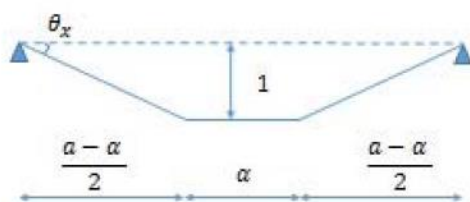
Rakennemalli

Määritetään ylemmän kuvan aukollisen laatan rajakuorma tasaisesti jakautuneella kuormalla raudoituksen ollessa ortotropinen. Myötökuvio on alemman kuvan mukainen.



Myötökuvio

Myötöviivat jakavat laatan neljään osaan, I, II, III ja IV. Jos reunan EFGH virtuaalinen siirtymä on 1, ovat laatan osien muodonmuutokset alemman kuvan mukaiset.



Myötömekanismit

Osan I sisäinen muodonmuutostyö D

$$D =$$

$$m_x \cdot \theta_x \cdot L_y + m_y \cdot \theta_y \cdot L_x$$

$$\theta_x = 0 \quad m_y = m \quad \theta_x = \frac{2}{b - \beta} \quad L_x = a - \alpha$$

$$D_I = m \cdot \frac{2}{b - \beta} \cdot (a - \alpha) + \mu_1 \cdot m \cdot a \cdot \frac{2}{b - \beta}$$

$$D_I = 2 \cdot m \cdot \left(\frac{a - \alpha}{b - \beta} + \frac{\mu_1 \cdot a}{b - \beta} \right)$$

$$D_I = 2m \left[\frac{1}{b - \beta} \cdot [(a - \alpha) + \mu_1 \cdot a] \right]$$

Osan III sisäinen muodonmuutostyö D

$$D_{III} = m \cdot \frac{2}{b - \beta} \cdot (a - \alpha) + \mu_3 \cdot m \cdot a \cdot \frac{2}{b - \beta}$$

$$D_{III} = 2m \left[\frac{1}{b - \beta} \cdot [(a - \alpha) + \mu_3 \cdot a] \right]$$

Osan II sisäinen muodonmuutostyö D

$$\theta_y = 0 \quad m_y = \lambda \cdot m \quad \theta_x = \frac{2}{a - \alpha} \quad L_x = b - \beta$$

$$D_{II} = \lambda \cdot m \cdot \frac{2}{a - \alpha} \cdot (b - \beta) + \mu_2 \cdot (\lambda \cdot m) \cdot b \cdot \frac{2}{a - \alpha}$$

$$D_{II} = 2m \left[\frac{\lambda}{a - \alpha} \cdot [(b - \beta) + \mu_2 \cdot b] \right]$$

Osan IV sisäinen muodonmuutostyö D

$$D_{IV} = \lambda \cdot m \cdot \frac{2}{a - \alpha} \cdot (b - \beta) + \mu_4 \cdot (\lambda \cdot m) \cdot b \cdot \frac{2}{a - \alpha}$$

$$D_{IV} = 2m \left[\frac{\lambda}{a - \alpha} \cdot [(b - \beta) + \mu_4 \cdot b] \right]$$

Muodonmuutostyö kaikilla osilla yhteensä

$$\Sigma D = 2m \left[\frac{1}{b - \beta} \cdot [2(a - \alpha) + \mu_1 \cdot a + \mu_3 \cdot a] + \frac{\lambda}{a - \alpha} \cdot [2(b - \beta) + \mu_2 \cdot b + \mu_4 \cdot b] \right]$$

Ulkoinen työ W (kuorma) osalla I a

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a - \alpha}{2} \cdot \frac{b - \beta}{2} \right) \cdot p$$

Koska reuna EF siirtyy määrän 1, on osalla I a olevan kuorman resultantin siirtymä

Tämän kuorman tekemä työ on siten

$$W_{I,a} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{a - \alpha}{2} \cdot \frac{b - \beta}{2} \right) \cdot p \cdot \frac{1}{3}$$

$$W_{I,a} = \frac{p}{24} \cdot (a \cdot b - a \cdot \beta - \alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta)$$

Ulkoinen työ W (kuorma) osalla I c on symmetrian perusteella yhtä suuri

$$W_{I,c} = \frac{p}{24} \cdot (a \cdot b - a \cdot \beta - \alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta)$$

Ulkoinen työ W (kuorma) osalla I b

$$\alpha \cdot \frac{(b - \beta)}{2} \cdot p$$

Sen painopisteen siirtymä on $\frac{1}{2}$, joten kuorman tekemä työ on

$$W_{I,b} = \alpha \cdot \frac{(b - \beta)}{2} \cdot p \cdot \frac{1}{2}$$

$$W_{I,b} = \frac{p}{4} \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta)$$

Ulkoinen työ W (kuorma) osilla I ja III yhteensä

Symmetrian perusteella osilla I ja III vaikuttava kuorma on yhtä suuri

$$W_{I\&III} = 2 \cdot \left[2 \cdot \frac{p}{24} \cdot (a \cdot b - a \cdot \beta - \alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + \frac{p}{4} \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) \right]$$

$$W_{I\&III} = \frac{p}{6} \cdot (a \cdot b - a \cdot \beta - \alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + \frac{p}{2} \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta)$$

Ulkoinen työ W (kuorma) osalla II d ja II f

Osalla II d ja II f kuorma on symmetrian perusteella yhtä suuri kuin osilla I a ja I c

$$W_{II,d\&II,f} = \frac{p}{24} \cdot (a \cdot b - a \cdot \beta - \alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta)$$

Ulkoinen työ W (kuorma) osalla II e

$$W_{II,e} = \beta \cdot \frac{(a - \alpha)}{2} \cdot p \cdot \frac{1}{2}$$

$$W_{II,e} = \frac{p}{4} \cdot (a \cdot \beta - \alpha \cdot \beta)$$

Ulkoinen työ W (kuorma) osilla II ja IV yhteensä

Symmetrian perusteella osilla II ja IV vaikuttava kuorma on yhtä suuri

$$W_{II\&IV} = 2 \cdot \left[2 \cdot \frac{p}{24} \cdot (a \cdot b - a \cdot \beta - \alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + \frac{p}{4} \cdot (a \cdot \beta - \alpha \cdot \beta) \right]$$

$$W_{II\&IV} = \frac{p}{6} \cdot (a \cdot b - a \cdot \beta - \alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + \frac{p}{2} \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta)$$

Ulkoinen työ W (kuorma) kaikilla osilla yhteensä

$$\Sigma W = \frac{p}{6} \cdot (a \cdot b - a \cdot \beta - \alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + \frac{p}{2} \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + \frac{p}{6} \cdot (a \cdot b - a \cdot \beta - \alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + \frac{p}{2} \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta)$$

$$= \frac{p}{3} \cdot (a \cdot b - a \cdot \beta - \alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + \frac{p}{2} \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + \frac{p}{2} \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta)$$

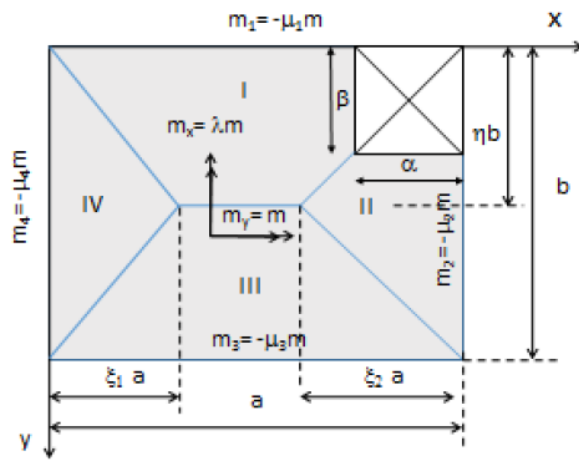
$$= \frac{p}{6} \cdot \left[2(a \cdot b - a \cdot \beta - \alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + 3 \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + \frac{p}{2} \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) \right]$$

$$W = \frac{p}{6} \cdot \left[2(a \cdot b - a \cdot \beta - \alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + 3 \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + \frac{p}{2} \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) \right]$$

Asetetaan sisäinen työ D ja ulkoinen työ W yhtä suuriksi $D=W$, ja ratkaistaan p

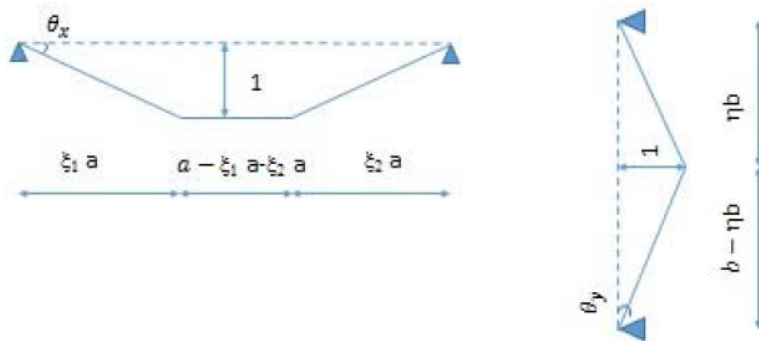
$$\begin{aligned}
 & 2m \left[\frac{1}{b-\beta} \cdot [2(a-\alpha) + \mu_1 \cdot a + \mu_3 \cdot a] + \frac{\lambda}{a-\alpha} \cdot [2(b-\beta) + \mu_2 \cdot b + \mu_4 \cdot b] \right] \\
 &= \frac{p}{6} \cdot \left[2(a \cdot b - a \cdot \beta - \alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + 3 \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + \frac{p}{2} \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) \right] \\
 p := & \frac{12 \cdot m \cdot \left[\frac{1}{b-\beta} \cdot [2 \cdot (a-\alpha) + \mu_1 \cdot a + \mu_3 \cdot a] + \frac{\lambda}{a-\alpha} \cdot [2 \cdot (b-\beta) + \mu_2 \cdot b + \mu_4 \cdot b] \right]}{2 \cdot (a \cdot b - a \cdot \beta - \alpha \cdot b + \alpha \cdot \beta) + 3 \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + 3 \cdot (\beta \cdot a - \beta \cdot \alpha)}
 \end{aligned}$$

RAJAKUORMA AUKOLLISELLE SUORAKAIDELAATALLE



Laskentamalli

Määritetään ylemmän kuvan aukollisen laatan rajakuorma tasaisesti jakautuneella kuormalla, raudoituksen ollessa ortotropinen. Myötöviivat jakavat laatan neljään osaan I, II, III ja IV. Laatan osien muodonmuutokset alemman kuvan mukaiset.



Myötömekanismit

Osan I sisäinen muodonmuutostyö D

$$D = m_x \cdot \theta_x \cdot L_y + m_y \cdot \theta_y \cdot L_x$$

$$\theta_x = 0 \quad m_y = m \quad \theta_y = \frac{1}{\eta b} \quad L_x = a - \alpha$$

$$D_I = m \cdot \frac{1}{\eta b} \cdot (a - \alpha) + \mu_1 \cdot m \cdot (a - \alpha) \cdot \frac{1}{\eta b}$$

$$D_I = m \cdot \left[\frac{a - \alpha}{\eta b} + \frac{\mu_1 \cdot (a - \alpha)}{\eta b} \right]$$

$$D_I = m \cdot \left[\frac{a - \alpha}{\eta b} \cdot (1 + \mu_1) \right]$$

Osan III sisäinen muodonmuutostyö D

$$\theta_x = 0 \quad m_y = m \quad \theta_y = \frac{1}{b - \eta b} \quad L_x = a$$

$$D_{III} = m \cdot \frac{1}{b - \eta b} \cdot a + \mu_3 \cdot m \cdot a \cdot \frac{1}{b - \eta b}$$

$$D_{III} = m \left[\frac{a}{b - \eta b} \cdot (1 + \mu_3) \right]$$

Osan II sisäinen muodonmuutostyö D

$$\theta_y = 0 \quad m_x = \lambda \cdot m \quad \theta_x = \frac{1}{\xi_2 \cdot a} \quad L_y = b - \beta$$

$$D_{II} = \lambda \cdot m \cdot \frac{1}{\xi_2 \cdot a} \cdot (b - \beta) + \mu_2 \cdot (\lambda \cdot m) \cdot (b - \beta) \cdot \frac{1}{\xi_2 \cdot a}$$

$$D_{II} = m \left[\frac{\lambda \cdot (b - \beta)}{\xi_2 \cdot a} \cdot (1 + \mu_2) \right]$$

Osan IV sisäinen muodonmuutostyö D

$$\theta_y = 0 \quad m_x = \lambda \cdot m \quad \theta_x = \frac{1}{\xi_1 \cdot a} \quad L_y = b$$

$$D_{IV} = \lambda \cdot m \cdot \frac{1}{\xi_1 \cdot a} \cdot (b) + \mu_4 \cdot (\lambda \cdot m) \cdot b \cdot \frac{1}{\xi_1 \cdot a}$$

$$D_{IV} = m \left[\frac{\lambda \cdot b}{\xi_1 \cdot a} \cdot (1 + \mu_4) \right]$$

Muodonmuutostyö kaikilla osilla yhteensä

$$\Sigma D = m \left[\frac{a - \alpha}{\eta b} \cdot (1 + \mu_1) + \frac{a}{b - \eta b} \cdot (1 + \mu_3) + \frac{\lambda \cdot (b - \beta)}{\xi_2 \cdot a} \cdot (1 + \mu_2) + \frac{\lambda \cdot b}{\xi_1 \cdot a} \cdot (1 + \mu_4) \right]$$

Ulkoinen työ W (kuorma) osalla 1

$$\xi_1 \cdot a \cdot b \cdot p$$

Kuorman resultantin siirtymä $\frac{1}{3}$, joten tämän kuorman tekemä työ on siten

$$W_1 = (\xi_1 \cdot a \cdot b \cdot p) \cdot \frac{1}{3}$$

$$W_1 = p \cdot \frac{\xi_1 \cdot a \cdot b}{3}$$

Ulkoinen työ W (kuorma) osalla 2

$$(a - \xi_1 \cdot a - \xi_2 \cdot a) \cdot b \cdot p$$

Sen painopisteen siirtymä on $\frac{1}{2}$, joten kuorman tekemä työ on

$$W_2 = [(a - \xi_1 \cdot a - \xi_2 \cdot a) \cdot b \cdot p] \cdot \frac{1}{2}$$

$$W_2 = p \cdot \frac{(a - \xi_1 \cdot a - \xi_2 \cdot a) \cdot b}{2}$$

Ulkoinen työ W (kuorma) osalla 3

$$W_3 = (\xi_2 \cdot a \cdot b - \alpha \cdot \beta) \cdot p$$

Kuorman resultantin siirtymä $\frac{1}{3}$, joten tämän kuorman tekemä työ on siten

$$W_3 = (\xi_2 \cdot a \cdot b - \alpha \cdot \beta) \cdot p \cdot \frac{1}{3}$$

$$W_3 = p \cdot \frac{(\xi_2 \cdot a \cdot b - \alpha \cdot \beta)}{3}$$

Ulkoinen työ W (kuorma) kaikilla osilla yhteensä

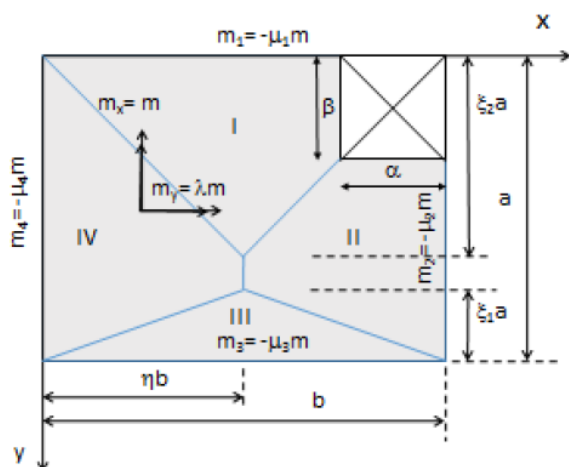
$$\Sigma W = p \cdot \frac{\xi_1 \cdot a \cdot b}{3} + p \cdot \frac{(a - \xi_1 \cdot a - \xi_2 \cdot a) \cdot b}{2} + p \cdot \frac{(\xi_2 \cdot a \cdot b - \alpha \cdot \beta)}{3}$$

$$= \frac{p}{3} \cdot [a \cdot (\xi_1 \cdot a \cdot b)] + \frac{p}{2} \cdot (a - \xi_1 \cdot a - \xi_2 \cdot a) \cdot b + \frac{p}{2} \cdot (\xi_2 \cdot a \cdot b - \alpha \cdot \beta)$$

$$= \frac{p}{6} \cdot \left[2(\xi_1 \cdot a \cdot b) + 3 \cdot (a - \xi_1 \cdot a - \xi_2 \cdot a) \cdot b + \frac{p}{2} \cdot (\xi_2 \cdot a \cdot b - \alpha \cdot \beta) \right]$$

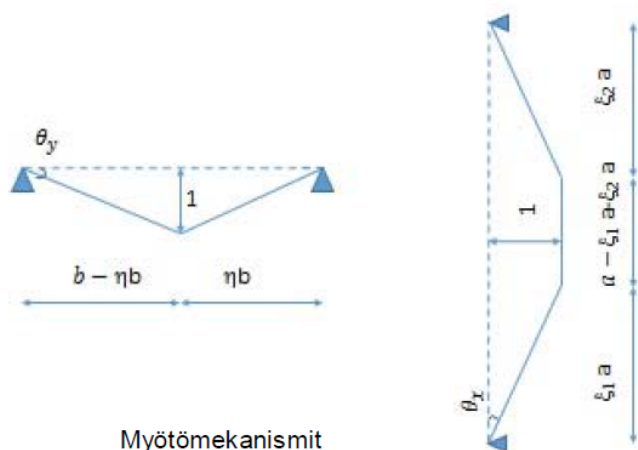
$$W = \frac{p}{6} \cdot \left[2(\xi_1 \cdot a \cdot b) + 3 \cdot (a - \xi_1 \cdot a - \xi_2 \cdot a) \cdot b + \frac{p}{2} \cdot (\xi_2 \cdot a \cdot b - \alpha \cdot \beta) \right]$$

Myötökuvio voi olla myös joissakin tapauksissa alla olevan kuvan mukainen. Sisäisen ja ulkoisen työn kaavat täytyy ratkaista, jotta voidaan valita määräävä tapaus. Määräävä tapaus on se, joka antaa pienemmän tuloksen laskennassa.



Laskentamalli

Määritetään ylemmän kuvan aukollisen laatan rajakuorma tasaisesti jakautuneella kuormalla, raudituksen ollessa ortotropinen. Myötöviivat jakavat laatan neljään osaan I, II, III ja IV. Laatan osien muodonmuutokset alemman kuvan mukaiset.



Myötömekanismit

Osan I sisäinen muodonmuutostyö D

$$\theta_x = 0 \quad m_y = \lambda m \quad \theta_y = \frac{1}{\xi_2 \cdot a} \quad L_x = b - \alpha$$

$$D_I = \lambda m \cdot \frac{1}{\xi_2 \cdot a} \cdot (b - \alpha) + \mu_1 \cdot \lambda m \cdot (b - \alpha) \cdot \frac{1}{\xi_2 \cdot a}$$

$$D_I = m \cdot \left[\frac{\lambda(b - \alpha)}{\xi_2 \cdot a} + \frac{\lambda\mu_1 \cdot (b - \alpha)}{\xi_2 \cdot a} \right]$$

$$D_I = m \cdot \left[\frac{\lambda(b - \alpha)}{\xi_2 \cdot a} \cdot (1 + \mu_1) \right]$$

Osan III sisäinen muodonmuutostyö D

$$\theta_x = 0 \quad m_y = \lambda m \quad \theta_y = \frac{1}{\xi_1 \cdot a} \quad L_x = b$$

$$D_{III} = \lambda m \cdot \frac{1}{\xi_1 \cdot a} \cdot b + \mu_3 \cdot \lambda m \cdot b \cdot \frac{1}{\xi_1 \cdot a}$$

$$D_{III} = m \left[\frac{\lambda a}{\xi_1 \cdot a} \cdot (1 + \mu_3) \right]$$

Osan II sisäinen muodonmuutostyö D

$$\theta_y = 0 \quad m_x = m \quad \theta_x = \frac{1}{b - \eta b} \quad L_y = a - \beta$$

$$D_{II} = m \cdot \frac{1}{b - \eta b} \cdot (a - \beta) + \mu_2 \cdot m \cdot (a - \beta) \cdot \frac{1}{b - \eta b}$$

$$D_{II} = m \left[\frac{a - \beta}{b - \eta b} \cdot (1 + \mu_2) \right]$$

Osan IV sisäinen muodonmuutostyö D

$$\theta_y = 0 \quad m_x = m \quad \theta_x = \frac{1}{\eta b} \quad L_y = a$$

$$D_{IV} = m \cdot \frac{1}{\eta b} \cdot a + \mu_4 \cdot m \cdot a \cdot \frac{1}{\eta b}$$

$$D_{IV} = m \left[\frac{b}{\eta b} \cdot (1 + \mu_4) \right]$$

Muodonmuutostyö kaikilla osilla yhteensä

$$\Sigma D = m \left[\frac{\lambda(b - \alpha)}{\eta b} \cdot (1 + \mu_1) + \frac{\lambda a}{\xi_1 \cdot a} \cdot (1 + \mu_3) + \frac{a - \beta}{b - \eta b} \cdot (1 + \mu_2) + \frac{b}{\eta b} \cdot (1 + \mu_4) \right]$$

Ulkoinen työ W on molemmissa tapauksissa sama.

Ulkoinen työ W (kuorma) kaikilla osilla yhteensä

$$W = \frac{P}{6} \left[2(\xi_1 \cdot a \cdot b) + 3 \cdot (a - \xi_1 \cdot a - \xi_2 \cdot a) \cdot b + \frac{P}{2} \cdot (\xi_2 \cdot a \cdot b - \alpha \cdot \beta) \right]$$

Asetetaan sisäinen työ D ja ulkoinen työ W yhtä suuriksi $D=W$, ja ratkaistaan p

Tapaus 1

$$\begin{aligned}
 & m \left[\frac{a - \alpha}{\eta b} \cdot (1 + \mu_1) + \frac{a}{b - \eta b} \cdot (1 + \mu_3) + \frac{\lambda \cdot (b - \beta)}{\xi_2 \cdot a} \cdot (1 + \mu_2) + \frac{\lambda \cdot b}{\xi_1 \cdot a} \cdot (1 + \mu_4) \right] \\
 & = \frac{p}{6} \cdot \left[2(\xi_1 \cdot a \cdot b) + 3 \cdot (a - \xi_1 \cdot a - \xi_2 \cdot a) \cdot b + \frac{p}{2} \cdot (\xi_2 \cdot a \cdot b - \alpha \cdot \beta) \right] \\
 p & := \frac{6m \cdot \left[\frac{(a - \alpha)}{\eta \cdot b} \cdot (1 + \mu_1) + \frac{a}{b - \eta \cdot b} \cdot (1 + \mu_3) + \frac{\lambda \cdot (b - \beta)}{\xi_2 \cdot a} \cdot (1 + \mu_2) + \frac{\lambda \cdot b}{\xi_1 \cdot a} \cdot (1 + \mu_4) \right]}{2 \cdot (\xi_1 \cdot a \cdot b) + 3 \cdot (a - \xi_1 \cdot a - \xi_2 \cdot a) \cdot b + 2 \cdot (\xi_2 \cdot a \cdot b - \alpha \cdot \beta)}
 \end{aligned}$$

Tapaus 2

$$\begin{aligned}
 & m \left[\frac{\lambda(b - \alpha)}{\xi_2 \cdot a} \cdot (1 + \mu_1) + \frac{\lambda a}{\xi_1 \cdot a} \cdot (1 + \mu_3) + \frac{a - \beta}{b - \eta b} \cdot (1 + \mu_2) + \frac{b}{\eta b} \cdot (1 + \mu_4) \right] \\
 & = \frac{p}{6} \cdot \left[2(\xi_1 \cdot a \cdot b) + 3 \cdot (a - \xi_1 \cdot a - \xi_2 \cdot a) \cdot b + \frac{p}{2} \cdot (\xi_2 \cdot a \cdot b - \alpha \cdot \beta) \right] \\
 p & := \frac{6m \cdot \left[\frac{\lambda \cdot (b - \alpha)}{\xi_2 \cdot a} \cdot (1 + \mu_1) + \frac{\lambda \cdot b}{\xi_1 \cdot a} \cdot (1 + \mu_3) + \frac{(a - \beta)}{b - \eta \cdot b} \cdot (1 + \mu_2) + \frac{a}{\eta \cdot b} \cdot (1 + \mu_4) \right]}{2 \cdot (\xi_1 \cdot a \cdot b) + 3 \cdot (a - \xi_1 \cdot a - \xi_2 \cdot a) \cdot b + 2 \cdot (\xi_2 \cdot a \cdot b - \alpha \cdot \beta)}
 \end{aligned}$$

MYÖTÖVIIVATEORIA

Suorakaidelaatan ratkaisu myötöviivateorialla

Tässä esitetään myötöviivateorian mukainen ratkaisu suorakaidelaatalle, jonka rauditus voi olla ortotrooppinen ja jokaisella tuella voi olla oma rauditus.

Kirjallisuudessa on esitetty valmiita ratkaisuja, mutta useissa on parametrit määritetty puutteellisesti tai niissä on virheitä.

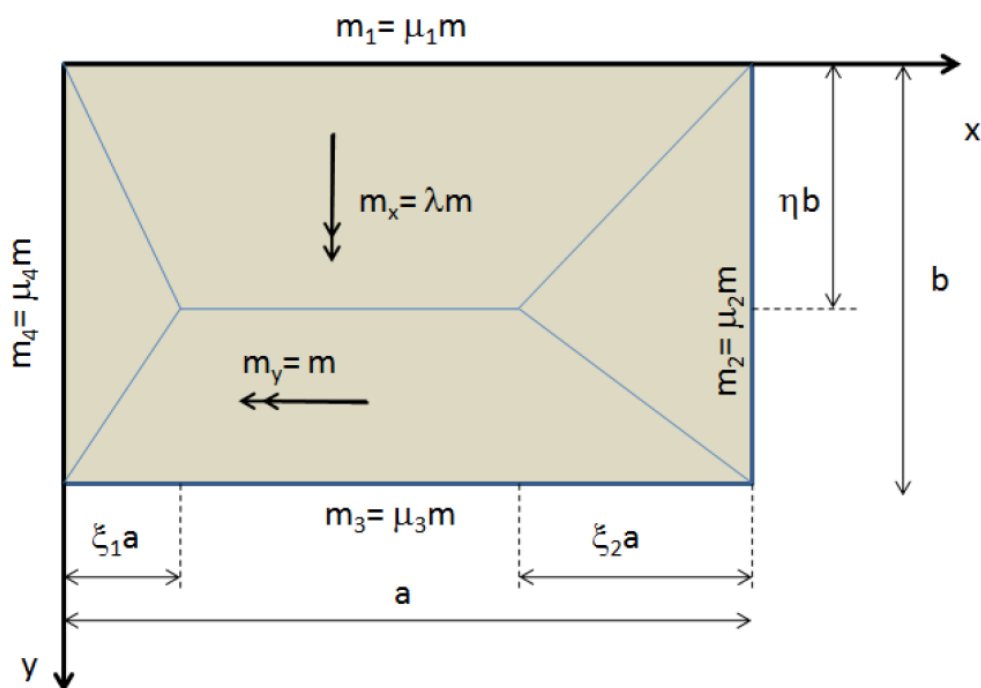
Tässä on ratkaisu haettu johtamalla kaavat käsin ja tulos on tarkistus MathCadin ratkaisijalla. Tulosta on verrattu myös kirjallisuudessa esitettyihin kaavoihin.

HUOM! Lähteessä Szilard R. Theory and analysis of Plates. on tekstissä määritetty ortotropia kaavalla

$$\lambda := \frac{m_{ux}}{m_{uy}} \quad \text{mutta kaavakokoelmassa tämän käänteislukuna} \quad \lambda := \frac{m_{uy}}{m_{ux}}$$

Lähteessä esitettyjen kaavojen kanssa pitää käyttää edellistä versiota eli

$$\lambda := \frac{m_{ux}}{m_{uy}}$$



TYÖYHTÄLÖT

Kuvan merkintöjen avulla sisäiselle työlle saadaan lauseke:

$$D := a \cdot b \cdot m \cdot \left[\frac{1}{b^2} \cdot \left[\frac{1}{\eta} \cdot (1 + \mu_1) + \frac{1}{1 - \eta} \cdot (1 + \mu_3) \right] + \frac{1}{a^2} \cdot \left[\frac{1}{\xi_2} \cdot (\lambda + \mu_2) + \frac{1}{\xi_1} \cdot (\lambda + \mu_4) \right] \right]$$

ja ulkoiselle työlle

$$W := \frac{1}{6} \cdot p \cdot a \cdot b \cdot [3 - (\xi_1 + \xi_2)]$$

kun nämä merkitään yhtäsuuriksi saadaan murtokuorman lauseke:

$$p := 6 \cdot m_u \cdot \frac{1}{3 - (\xi_1 + \xi_2)} \cdot \left[\frac{1}{b^2} \cdot \left[\frac{1}{\eta} \cdot (1 + \mu_1) + \frac{1}{1 - \eta} \cdot (1 + \mu_3) \right] + \frac{1}{a^2} \cdot \left[\frac{1}{\xi_1} \cdot (\lambda + \mu_4) + \frac{1}{\xi_2} \cdot (\lambda + \mu_2) \right] \right]$$

(Tämä pätee silloin, kun myötökuvio on kuvan mukainen. Jos se on toisen sivun suunnassa, vaihdetaan muuttujien arvot myötökuviota vastaavaksi. Sama koskee jäljempänä esitettyä myötökuvion parametrien kaavoja)

LAATAN RAJAKUORMA

Laatan kestävyys eli rajakuorma on edellä esitetyn murtokuorman minimiarvo muuttujien η_1 , ξ_1 ja ξ_2 funktiona

Minimin antava η on riippumaton muista ja sille saadaan lauseke

$$\eta := \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{1 + \mu_3}{1 + \mu_1}}}$$

ξ :n arvojen ratkaiseminen on hankalampaa. Jos $\xi_1 = \xi_2$, saadaan ratkaisu suhteellisen helposti, mutta lauseke on monimutkainen

Lähteessä RIL125 on esitetty ratkaisu, jossa ξ_1 ja ξ_2 lausekkeet on ratkaistu kuorman p funktiona. Tästä ratkaisusta on vain hyötyä myötökuvion selvittämiseksi, jos rajakuorma p on ratkaistu muuten.

Szilardin kirjassa esitetty ratkaisu

$$a_r := \frac{2 \cdot a}{\sqrt{\lambda + \mu_2} + \sqrt{\lambda + \mu_4}}$$

$$b_r := \frac{2b}{\sqrt{1 + \mu_1} + \sqrt{1 + \mu_3}}$$

Merkinnät:

$$\lambda := \frac{m_{ux}}{m_{uy}}$$

$$m_{ux} := \lambda \cdot m_{uy}$$

Jos $a_r > b_r$

$$m_u := m_{uy}$$

$$p_u := \frac{24 \cdot m_u}{b_r^2} \cdot \frac{1}{\left[\sqrt{3 + \left(\frac{b_r}{a_r}\right)^2} - \frac{b_r}{a_r} \right]^2}$$

Jos $a_r < b_r$

$$p_u := \frac{24 \cdot m_u}{a_r^2} \cdot \frac{1}{\left[\sqrt{3 + \left(\frac{a_r}{b_r}\right)^2} - \frac{a_r}{b_r} \right]^2}$$

MYÖTÖKUVION KULKU

Muotokuvion kulun määrää muuttujien η_1 , ξ_1 ja ξ_2 arvot.

η :n arvot saadaan lausekkeesta

$$\eta := \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{1 + \mu_3}{1 + \mu_1}}}$$

ξ_1 ja ξ_2 lausekkeista

$$\xi_1 := \sqrt{\frac{6 \cdot m_u}{p_u \cdot a^2} \cdot (\lambda + \mu_4)}$$

$$\xi_2 := \sqrt{\frac{6 \cdot m_u}{p_u \cdot a^2} \cdot (\lambda + \mu_2)}$$

LASKUESIMERKKI

Lasketaan esimerkki edelläesitettyillä kaavoilla ja MathCadin ratkaisijalla.

Lähtöarvot

$$a := 10\text{m}$$

$$b := 5\text{m}$$

$$m_u := 100\text{kN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

$$\lambda := 2$$

$$\mu_1 := 1$$

$$\mu_2 := 1$$

$$\mu_3 := 0$$

$$\mu_4 := 0$$

$$\lambda := \frac{m_{ux}}{m_{uy}}$$

$$m_{ux} := \lambda \cdot m_{uy}$$

Murtokuorma

$$a_r := \frac{2 \cdot a}{\sqrt{\lambda + \mu_2} + \sqrt{\lambda + \mu_4}} = 6.357 \text{ m}$$

$$b_r := \frac{2 \cdot b}{\sqrt{1 + \mu_1} + \sqrt{1 + \mu_3}} = 4.142 \text{ m}$$

$$p_u := \begin{cases} \left[\frac{24 \cdot m_u}{b_r^2} \cdot \frac{1}{\left[\sqrt{3 + \left(\frac{b_r}{a_r}\right)^2} - \frac{b_r}{a_r} \right]^2} \right] & \text{if } a_r > b_r \\ \left[\frac{24 \cdot m_u}{a_r^2} \cdot \frac{1}{\left[\sqrt{3 + \left(\frac{a_r}{b_r}\right)^2} - \frac{a_r}{b_r} \right]^2} \right] & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$p_u = 97.31 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Myötökuvio

$$\eta := \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{1 + \mu_3}{1 + \mu_1}}} = 0.586$$

$$\xi_1 := \sqrt{\frac{6 \cdot m_u}{p_u \cdot a^2} \cdot (\lambda + \mu_4)} = 0.351$$

$$\xi_2 := \sqrt{\frac{6 \cdot m_u}{p_u \cdot a^2} \cdot (\lambda + \mu_2)} = 0.43$$

Ratkaisu MathCadin ratkaisijalla

Alkuarvaukset muuttujille

$$\eta := 0.5$$

$$\xi_1 := 0.4$$

$$\xi_2 := 0.4$$

Funktion asetus

$$f(\eta, \xi_1, \xi_2) := \left[6 \cdot m_u \cdot \frac{1}{3 - (\xi_1 + \xi_2)} \cdot \left[\frac{1}{b^2} \cdot \left[\frac{1}{\eta} \cdot (1 + \mu_1) + \frac{1}{1 - \eta} \cdot (1 + \mu_3) \right] \right] + \frac{1}{a^2} \cdot \left[\frac{1}{\xi_1} \cdot (\lambda + \mu_4) + \frac{1}{\xi_2} \right] \right]$$

Funktion minimin hakeminen

$$P := \text{Minimize}(f, \eta, \xi_1, \xi_2)$$

Tulos, jossa minimin antavat muuttujan arvot komponentteina

$$P = \begin{pmatrix} 0.586 \\ 0.351 \\ 0.43 \end{pmatrix}$$

$$\eta := P_0 = 0.586$$

$$\xi_1 := P_1 = 0.351$$

$$\xi_2 := P_2 = 0.43$$

Murtokuorma

$$p_u := f(\eta, \xi_1, \xi_2) = 97.31 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Saadaan sama tulos kummallakin tavalla.

AUKOLLISEN TERÄSBETONILAATAN MITOITUS MYÖTÖVIIVAMENETELMÄLLÄ, versio 1.0

Lähtötiedot

Betoni	<input type="text" value="C30/37"/>
Teräs	<input type="text" value="A500HW"/>
Betonipeitteen nimellisarvo [mm]	<input type="text" value="30"/>
Toteutusluokka	<input type="text" value="2-luokka"/>
Seuraamusluokka	<input type="text" value="CC1"/>

Laatta

Laatan paksuus h [mm]	<input type="text" value="270"/>
Laatan sivumitta a [mm]	<input type="text" value="10000"/>
Laatan sivumitta b [mm]	<input type="text" value="5000"/>

Raudoitus kentässä

X-akselin suuntaiset	Teräkset	<input type="text" value="T12"/>
	Jakoväli [mm]	<input type="text" value="200"/>
Y-akselin suuntaiset	Teräkset	<input type="text" value="T12"/>
	Jakoväli [mm]	<input type="text" value="200"/>

Tukien tiedot

Tuki A

- Vapaa tuki
 Jäykkä tuki

Tuen leveys [mm]

100

Teräkset

T16 ▼

Jakoväli [mm]

200

Tuki B

- Vapaa tuki
 Jäykkä tuki

Tuen leveys [mm]

100

Teräkset

T16 ▼

Jakoväli [mm]

200

Tuki C

- Vapaa tuki
 Jäykkä tuki

Tuen leveys [mm]

100

Teräkset

T16 ▼

Jakoväli [mm]

250

Tuki D

- Vapaa tuki
 Jäykkä tuki

Tuen leveys [mm]

100

Teräkset

T14 ▼

Jakoväli [mm]

200

Aukon tiedot

Aukon sijainti

- Keskellä
 Kulmassa

Aukon sivumitta α [mm]

3000

Aukon sivumitta β [mm]

2000

Betonin lieriölujuus:

$f_{ck} :=$	12MPa if Lujuusluokka = 1
	16MPa if Lujuusluokka = 2
	20MPa if Lujuusluokka = 3
	25MPa if Lujuusluokka = 4
	30MPa if Lujuusluokka = 5
	(35MPa) if Lujuusluokka = 6
	40MPa if Lujuusluokka = 7
	45MPa if Lujuusluokka = 8
	50MPa if Lujuusluokka = 9
	55MPa if Lujuusluokka = 10
	60MPa if Lujuusluokka = 11
	70MPa if Lujuusluokka = 12
	80MPa if Lujuusluokka = 13
	90MPa if Lujuusluokka = 14

Betonin keskimääräinen vetolujuus

$f_{ctm} :=$	1.6MPa if Lujuusluokka = 1
	1.9MPa if Lujuusluokka = 2
	2.2MPa if Lujuusluokka = 3
	2.6MPa if Lujuusluokka = 4
	2.9MPa if Lujuusluokka = 5
	3.2MPa if Lujuusluokka = 6
	3.5MPa if Lujuusluokka = 7
	3.8MPa if Lujuusluokka = 8
	4.1MPa if Lujuusluokka = 9
	4.2MPa if Lujuusluokka = 10
	4.4MPa if Lujuusluokka = 11
	4.6MPa if Lujuusluokka = 12
	4.8MPa if Lujuusluokka = 13
	5.0MPa if Lujuusluokka = 14

Betonin osavarmuusluku:

$\gamma_c :=$	1.35 if Toteutusluokka = 1
	1.5 if Toteutusluokka = 2

Betonin puristuslujuuden mitoitusarvo:

$$f_{cd} := \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

$$\alpha_{cc} := 0.85$$

$$f_{cd} := 0.85 \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Betonin murtopuristuma:

$$\epsilon_{cu} := \begin{cases} 0.0035 & \text{if } f_{ck} < 50\text{MPa} \\ 0.0026 + 35 \cdot \left[\frac{(90\text{MPa} - f_{ck})}{100\text{MPa}} \right]^4 & \text{if } f_{ck} \geq 50\text{MPa} \end{cases}$$

$$\epsilon_{cu} = 3.5 \times 10^{-3}$$

Poikkileikkauksen puristetun alueen tehollisen korkeuden määrittelevä kerroin:

$$\lambda := \begin{cases} 0.8 & \text{if } f_{ck} \leq 50\text{MPa} \\ \left[0.8 - \frac{(f_{ck} - 50\text{MPa})}{400\text{MPa}} \right] & \text{if } 50\text{MPa} < f_{ck} \leq 90\text{MPa} \end{cases}$$

$$\lambda = 0.8$$

$$K_{FI} := \begin{cases} 0.9 & \text{if Seuraamustuokka} = 1 \\ 1.0 & \text{if Seuraamustuokka} = 2 \\ 1.1 & \text{if Seuraamustuokka} = 3 \end{cases}$$

$$K_{FI} = 0.9$$

Laatan jänneväli

$$\begin{aligned} \tilde{h} &:= h \cdot \text{mm} & \overset{\sim}{Tuki_1} &:= Tuki_1 \cdot \text{mm} \\ \tilde{a} &:= a \cdot \text{mm} & \overset{\sim}{Tuki_2} &:= Tuki_2 \cdot \text{mm} \\ \tilde{b} &:= b \cdot \text{mm} & \overset{\sim}{Tuki_3} &:= Tuki_3 \cdot \text{mm} \\ & & \overset{\sim}{Tuki_4} &:= Tuki_4 \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

$$g_{op} := h \cdot 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = 6.75 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$L_x := a - \text{Tuki}_2 - \text{Tuki}_4 + \min\left(\frac{h}{2}, \frac{\text{Tuki}_2}{2}\right) + \min\left(\frac{h}{2}, \frac{\text{Tuki}_4}{2}\right)$$

$$L_x = 9.9 \text{ m}$$

$$L_y := b - \text{Tuki}_1 - \text{Tuki}_3 + \min\left(\frac{h}{2}, \frac{\text{Tuki}_1}{2}\right) + \min\left(\frac{h}{2}, \frac{\text{Tuki}_3}{2}\right)$$

$$L_y = 4.9 \text{ m}$$

$$t_x := \begin{cases} 6\text{mm} & \text{if Teräs}_x = 1 \\ 8\text{mm} & \text{if Teräs}_x = 2 \\ 10\text{mm} & \text{if Teräs}_x = 3 \\ 12\text{mm} & \text{if Teräs}_x = 4 \\ 14\text{mm} & \text{if Teräs}_x = 5 \\ 16\text{mm} & \text{if Teräs}_x = 6 \\ 20\text{mm} & \text{if Teräs}_x = 7 \\ 25\text{mm} & \text{if Teräs}_x = 8 \\ 28\text{mm} & \text{if Teräs}_x = 9 \\ 32\text{mm} & \text{if Teräs}_x = 10 \\ 40\text{mm} & \text{if Teräs}_x = 11 \end{cases}$$

$$t_y := \begin{cases} 6\text{mm} & \text{if Teräs}_y = 1 \\ 8\text{mm} & \text{if Teräs}_y = 2 \\ 10\text{mm} & \text{if Teräs}_y = 3 \\ 12\text{mm} & \text{if Teräs}_y = 4 \\ 14\text{mm} & \text{if Teräs}_y = 5 \\ 16\text{mm} & \text{if Teräs}_y = 6 \\ 20\text{mm} & \text{if Teräs}_y = 7 \\ 25\text{mm} & \text{if Teräs}_y = 8 \\ 28\text{mm} & \text{if Teräs}_y = 9 \\ 32\text{mm} & \text{if Teräs}_y = 10 \\ 40\text{mm} & \text{if Teräs}_y = 11 \end{cases}$$

$$t_1 := \begin{cases} 6\text{mm} & \text{if Teräs}_1 = 1 \\ 8\text{mm} & \text{if Teräs}_1 = 2 \\ 10\text{mm} & \text{if Teräs}_1 = 3 \\ 12\text{mm} & \text{if Teräs}_1 = 4 \\ 14\text{mm} & \text{if Teräs}_1 = 5 \\ 16\text{mm} & \text{if Teräs}_1 = 6 \\ 20\text{mm} & \text{if Teräs}_1 = 7 \\ 25\text{mm} & \text{if Teräs}_1 = 8 \\ 28\text{mm} & \text{if Teräs}_1 = 9 \\ 32\text{mm} & \text{if Teräs}_1 = 10 \\ 40\text{mm} & \text{if Teräs}_1 = 11 \end{cases}$$

$$t_2 := \begin{cases} 6\text{mm} & \text{if Teräs}_2 = 1 \\ 8\text{mm} & \text{if Teräs}_2 = 2 \\ 10\text{mm} & \text{if Teräs}_2 = 3 \\ 12\text{mm} & \text{if Teräs}_2 = 4 \\ 14\text{mm} & \text{if Teräs}_2 = 5 \\ 16\text{mm} & \text{if Teräs}_2 = 6 \\ 20\text{mm} & \text{if Teräs}_2 = 7 \\ 25\text{mm} & \text{if Teräs}_2 = 8 \\ 28\text{mm} & \text{if Teräs}_2 = 9 \\ 32\text{mm} & \text{if Teräs}_2 = 10 \\ 40\text{mm} & \text{if Teräs}_2 = 11 \end{cases}$$

$$t_3 := \begin{cases} 6\text{mm} & \text{if Teräs}_3 = 1 \\ 8\text{mm} & \text{if Teräs}_3 = 2 \\ 10\text{mm} & \text{if Teräs}_3 = 3 \\ 12\text{mm} & \text{if Teräs}_3 = 4 \\ 14\text{mm} & \text{if Teräs}_3 = 5 \\ 16\text{mm} & \text{if Teräs}_3 = 6 \\ 20\text{mm} & \text{if Teräs}_3 = 7 \\ 25\text{mm} & \text{if Teräs}_3 = 8 \\ 28\text{mm} & \text{if Teräs}_3 = 9 \\ 32\text{mm} & \text{if Teräs}_3 = 10 \\ 40\text{mm} & \text{if Teräs}_3 = 11 \end{cases}$$

$$t_4 := \begin{cases} 6\text{mm} & \text{if Teräs}_4 = 1 \\ 8\text{mm} & \text{if Teräs}_4 = 2 \\ 10\text{mm} & \text{if Teräs}_4 = 3 \\ 12\text{mm} & \text{if Teräs}_4 = 4 \\ 14\text{mm} & \text{if Teräs}_4 = 5 \\ 16\text{mm} & \text{if Teräs}_4 = 6 \\ 20\text{mm} & \text{if Teräs}_4 = 7 \\ 25\text{mm} & \text{if Teräs}_4 = 8 \\ 28\text{mm} & \text{if Teräs}_4 = 9 \\ 32\text{mm} & \text{if Teräs}_4 = 10 \\ 40\text{mm} & \text{if Teräs}_4 = 11 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} k_{x1} &:= k_x \cdot \text{mm} & k_{y1} &:= k_y \cdot \text{mm} & k_{z1} &:= k_z \cdot \text{mm} \\ k_{x2} &:= k_x \cdot \text{mm} & k_{y2} &:= k_y \cdot \text{mm} & k_{z2} &:= k_z \cdot \text{mm} \end{aligned}$$

Betoniteräksen ominaismyötölujuus:

$$f_{yk} := \begin{cases} 500 \text{MPa} & \text{if Raudoitus} = 1 \\ 500 \text{MPa} & \text{if Raudoitus} = 2 \\ 600 \text{MPa} & \text{if Raudoitus} = 3 \end{cases}$$

Betoniteräksen osavarmuusluku:

$$\gamma_s := \begin{cases} 1.1 & \text{if Toteutusluokka} = 1 \\ 1.15 & \text{if Toteutusluokka} = 2 \end{cases}$$

$$\gamma_s = 1.15$$

Betoniteräksen myötölujuuden mitoitusarvo:

$$f_{yd} := \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$$

$$f_{yd} = 434.783 \cdot \text{MPa}$$

Betoniteräksen kimmokerroin:

$$E_s := 200000 \text{MPa}$$

Raudoituksen kokonaisala:

$$A_s := \frac{A_s \phi}{k}$$

$$A_{s\phi} := \frac{\pi \cdot t^2}{4}$$

$$A_{s,x} := \frac{\frac{\pi \cdot t_x^2}{4}}{k_x}$$

$$A_{s,y} := \frac{\frac{\pi \cdot t_y^2}{4}}{k_y}$$

$$A_{s,1} := \begin{cases} 0 & \text{if Tuki}_a = 1 \\ \frac{\frac{\pi \cdot t_1^2}{4}}{k_1} & \text{if Tuki}_a = 2 \end{cases}$$

$$A_{s,2} := \begin{cases} 0 & \text{if Tuki}_b = 1 \\ \frac{\frac{\pi \cdot t_2^2}{4}}{k_2} & \text{if Tuki}_b = 2 \end{cases}$$

$$A_{s,3} := \begin{cases} 0 & \text{if Tuki}_c = 1 \\ \frac{\pi \cdot t_3^2}{4} & \text{if Tuki}_c = 2 \\ \frac{4}{k_3} & \text{if Tuki}_c = 2 \end{cases} \quad A_{s,4} := \begin{cases} 0 & \text{if Tuki}_d = 1 \\ \frac{\pi \cdot t_4^2}{4} & \text{if Tuki}_d = 2 \\ \frac{4}{k_4} & \text{if Tuki}_d = 2 \end{cases}$$

$$c_{nom} := c_{nom} \cdot mm$$

$$d := h - c_{nom}$$

$$A_{s,min} := \max\left(0.26 \cdot \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \cdot d, 0.0013 \cdot d\right) = 361.92 \cdot \frac{mm^2}{m} \quad \text{EC2 luku 9.2.1.1}$$

Mekaaninen raudoitussuhde ω

$$\omega := \frac{A_s \cdot f_{yd}}{A_c \cdot f_{cd}} \quad \omega := \frac{A_s \cdot f_{yd}}{d \cdot b \cdot f_{cd}}$$

A_c = betonipoikkileikkauksen ala [mm²]

$$d := h - c_{nom}$$

d = laatan toiminnallinen paksuus [mm]

$$b_t := 1$$

Laatalla tarkastellaan metrin kaistaletta $b = 1000$ mm

$$\omega_x := \frac{A_{s,x} \cdot f_{yd}}{d \cdot b_t \cdot f_{cd}}$$

$$\omega_y := \frac{A_{s,y} \cdot f_{yd}}{d \cdot b_t \cdot f_{cd}}$$

$$\omega_1 := \frac{A_{s,1} \cdot f_{yd}}{d \cdot b_t \cdot f_{cd}}$$

$$\omega_2 := \frac{A_{s,2} \cdot f_{yd}}{d \cdot b_t \cdot f_{cd}}$$

$$\omega_3 := \frac{A_{s,3} \cdot f_{yd}}{d \cdot b_t \cdot f_{cd}}$$

$$\omega_4 := \frac{A_{s,4} \cdot f_{yd}}{d \cdot b_t \cdot f_{cd}}$$

$$\omega_x = 0.06$$

$$\omega_y = 0.06$$

$$\omega_1 = 0.107$$

$$\omega_2 = 0$$

$$\omega_3 = 0$$

$$\omega_4 = 0$$

Puristusvyöhykkeen korkeus

$$\epsilon_{yd} := \frac{f_{yd}}{E_s}$$

$$\beta_{bd} := \frac{\lambda \cdot \epsilon_{cu}}{(\epsilon_{cu} + \epsilon_{yd})}$$

β_{bd} = raudituksen myötöä vastaava
puristusvyöhykkeen suhteellinen korkeus

$$\beta_{bd} = 0.493$$

$$\beta_x := \omega_x$$

$$\beta_y := \omega_y$$

$$\beta_1 := \omega_1$$

$$\beta_2 := \omega_2$$

$$\beta_3 := \omega_3$$

$$\beta_4 := \omega_4$$

$$\beta_x = 0.06026 \quad \beta_y = 0.06026 \quad \beta_1 = 0.10713 \quad \beta_2 = 0 \quad \beta_3 = 0 \quad \beta_4 = 0$$

$$\left| \begin{array}{l} \beta_x < \beta_{bd} = 1 \\ \beta_y \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \\ \beta_4 \end{array} \right.$$

Suhteellinen momentti

$$\mu_x := \beta_x \cdot \left(1 - \frac{\beta_x}{2}\right)$$

$$\mu_y := \beta_y \cdot \left(1 - \frac{\beta_y}{2}\right)$$

$$\mu_1 := \beta_1 \cdot \left(1 - \frac{\beta_1}{2}\right)$$

$$\mu_2 := \beta_2 \cdot \left(1 - \frac{\beta_2}{2}\right)$$

$$\mu_3 := \beta_3 \cdot \left(1 - \frac{\beta_3}{2}\right)$$

$$\mu_4 := \beta_4 \cdot \left(1 - \frac{\beta_4}{2}\right)$$

Mitoitusmomentti

$$\mu_x = 0.058 \quad \mu_y = 0.058 \quad \mu_1 = 0.101 \quad \mu_2 = 0 \quad \mu_3 = 0 \quad \mu_4 = 0$$

$$m_{Rd,x} := \mu_x \cdot d^2 \cdot b_t \cdot f_{cd} \quad m_{Rd,y} := \mu_y \cdot d^2 \cdot b_t \cdot f_{cd} \quad m_{Rd,1} := \mu_1 \cdot d^2 \cdot b_t \cdot f_{cd}$$

$$m_{Rd,2} := \mu_2 \cdot d^2 \cdot b_t \cdot f_{cd} \quad m_{Rd,3} := \mu_3 \cdot d^2 \cdot b_t \cdot f_{cd} \quad m_{Rd,4} := \mu_4 \cdot d^2 \cdot b_t \cdot f_{cd}$$

$$m_{ux} := m_{Rd,x} = 57.229 \cdot \text{kN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

$$m_{uy} := m_{Rd,y} = 57.229 \cdot \text{kN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

$$m_{u1} := m_{Rd,1} = 99.283 \cdot \text{kN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

$$m_{u2} := m_{Rd,2} = 0 \cdot \text{kN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

$$m_{u3} := m_{Rd,3} = 0 \cdot \text{kN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

$$m_{u4} := m_{Rd,4} = 0 \cdot \text{kN} \cdot \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

$$m_u := \max(m_{ux}, m_{uy})$$

Ehtona myötöviivateorian käytölle

-raudoituksen sitkeysluokka vähintään B tai C

-puristusvyöhykkeen korkeus täyttää ehdon

$$\frac{x_u}{d} \leq 0.25, \text{ kun betonin lujuusluokka} < C50/60$$

$$\frac{x_u}{d} \leq 0.15, \text{ kun betonin lujuusluokka} > C55/67$$

$$x_{ux} := \beta_x \quad x_{uy} := \beta_y$$

$$\lambda_1 := 0.85$$

$$\left(\begin{array}{l} \left(\frac{\beta_x}{\lambda_1} \leq 0.25 \right) \text{ if } f_{ck} \leq 50 \text{MPa} \\ \left(\frac{\beta_x}{\lambda_1} \leq 0.15 \right) \text{ if } f_{ck} \geq 55 \text{MPa} \end{array} \right) = 1$$

$$\left(\begin{array}{l} \left(\frac{\beta_y}{\lambda_1} \leq 0.25 \right) \text{ if } f_{ck} \leq 50 \text{MPa} \\ \left(\frac{\beta_y}{\lambda_1} \leq 0.15 \right) \text{ if } f_{ck} \geq 55 \text{MPa} \end{array} \right) = 1$$

$$\frac{x}{d} = \frac{\beta}{\lambda_1}$$

$$\frac{\beta_x}{\lambda_1} = 0.071 \quad \frac{\beta_y}{\lambda_1} = 0.071$$

Ortotropiakerroin

$$\lambda := \frac{m_{ux}}{m_{uy}} = 1$$

Tukimomenttikertoimet

$$\mu_{tuki1} := \begin{cases} 0 & \text{if } Tuki_a = 1 \\ \frac{m_{u1}}{m_{uy}} & \text{if } Tuki_a = 2 \end{cases}$$

$$\mu_{tuki2} := \begin{cases} 0 & \text{if } Tuki_b = 1 \\ \frac{m_{u2}}{m_{ux}} & \text{if } Tuki_b = 2 \end{cases}$$

$$\mu_{tuki3} := \begin{cases} 0 & \text{if } Tuki_c = 1 \\ \frac{m_{u3}}{m_{uy}} & \text{if } Tuki_c = 2 \end{cases}$$

$$\mu_{tuki4} := \begin{cases} 0 & \text{if } Tuki_d = 1 \\ \frac{m_{u4}}{m_{ux}} & \text{if } Tuki_d = 2 \end{cases}$$

$$\mu_{tuki1} = 1.735$$

$$\mu_{tuki2} = 0$$

$$\mu_{tuki3} = 0$$

$$\mu_{tuki4} = 0$$

$$a := L_x = 9.9 \text{ m} \quad \alpha := \alpha \cdot \text{mm}$$

$$b := L_y = 4.9 \text{ m} \quad \beta := \beta \cdot \text{mm}$$

$$m_u = 57.229 \cdot \text{kN}$$

$$P_{u1} := \frac{12 \cdot m_u \cdot \left[\frac{1}{b - \beta} \cdot [2 \cdot (a - \alpha) + \mu_{tuki1} \cdot a + \mu_{tuki3} \cdot a] + \frac{\lambda}{a - \alpha} \cdot [2 \cdot (b - \beta) + \mu_{tuki2} \cdot b + \mu_{tuki4} \cdot b] \right]}{2 \cdot (a \cdot b - a \cdot \beta - \alpha \cdot b + \alpha \cdot \beta) + 3 \cdot (\alpha \cdot b - \alpha \cdot \beta) + 3 \cdot (\beta \cdot a - \beta \cdot \alpha)}$$

$$P_{u1} = 73.59 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Aukko laatan kulmassa

Alkuarvaus muuttujille

$$\eta := 0.5$$

$$\xi_1 := 0.4$$

$$\xi_2 := 0.4$$

$$f(\eta, \xi_1, \xi_2) := \frac{6m_u \cdot \left[\frac{(a - \alpha)}{\eta \cdot b} \cdot (1 + \mu_{tuki1}) + \frac{a}{b - \eta \cdot b} \cdot (1 + \mu_{tuki3}) + \frac{\lambda \cdot (b - \beta)}{\xi_2 \cdot a} \cdot (1 + \mu_{tuki2}) + \frac{\lambda \cdot t}{\xi_1} \right]}{2 \cdot (\xi_1 \cdot a \cdot b) + 3 \cdot (a - \xi_1 \cdot a - \xi_2 \cdot a) \cdot b + 2 \cdot (\xi_2 \cdot a \cdot b - \alpha \cdot \beta)}$$

Funktion minimin hakeminen

$$P := \text{Minimize}(f, \eta, \xi_1, \xi_2)$$

Tulos, jossa minimin antavat muuttujan arvot komponentteina

$$P = \begin{pmatrix} 0.58 \\ 0.277 \\ 0.213 \end{pmatrix}$$

$$\eta := P_0 = 0.58$$

$$\xi_1 := P_1 = 0.277$$

$$\xi_2 := P_2 = 0.213$$

Murtokuorma

$$P_{u2} := f(\eta, \xi_1, \xi_2) = 45.714 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Alkuarvaus muuttujille

$$\eta := 0.5$$

$$\xi_1 := 0.4$$

$$\xi_2 := 0.4$$

$$f(\eta, \xi_1, \xi_2) := \frac{6m_u \cdot \left[\frac{\lambda \cdot (b - \alpha)}{\xi_2 \cdot a} \cdot (1 + \mu_{tuki1}) + \frac{\lambda \cdot b}{\xi_1 \cdot a} \cdot (1 + \mu_{tuki3}) + \frac{(a - \beta)}{b - \eta \cdot b} \cdot (1 + \mu_{tuki2}) + \frac{a}{\eta \cdot b} \cdot (1 + \mu_{tuki4}) \right]}{2 \cdot (\xi_1 \cdot a \cdot b) + 3 \cdot (a - \xi_1 \cdot a - \xi_2 \cdot a) \cdot b + 2 \cdot (\xi_2 \cdot a \cdot b - \alpha \cdot \beta)}$$

Funktion minimin hakeminen

$$P := \text{Minimize}(f, \eta, \xi_1, \xi_2)$$

Tulos, jossa minimin antavat muuttujan arvot komponentteina

$$P = \begin{pmatrix} 0.528 \\ 0.317 \\ 0.326 \end{pmatrix}$$

$$\eta := P_0 = 0.528$$

$$\xi_1 := P_1 = 0.317$$

$$\xi_2 := P_2 = 0.326$$

Murtokuorma

$$p_{u3} := f(\eta, \xi_1, \xi_2) = 34.941 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$p_u := \begin{cases} p_{u1} & \text{if Aukko} = 1 \\ \min(p_{u2}, p_{u3}) & \text{if Aukko} = 2 \end{cases}$$

Raudoituksesta saatu myötökuorma

$$p_u = 73.59 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Kuormat**Pysyvät kuormat**

Rakenteen omapaino [kN/m²]: $g_{op} = 6.75 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$

Pysyvä kuorma 1 [kN/m²]

Pysyvä kuorma 2 [kN/m²]

Pysyvä kuorma 3 [kN/m²]

Muuttuvat kuormat

Kuorma 1 [kN/m²] Kuorman 1 käyttöluokka

Kuorma 2 [kN/m²] Kuorman 2 käyttöluokka

Kuorma 3 [kN/m²] Kuorman 3 käyttöluokka



Rakenteen omapaino:

$$g_{op} := h \cdot 25 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = 6.75 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$q_{k1} := q_{k1} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 4 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$q_{k2} := q_{k2} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 3 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$q_{k3} := q_{k3} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 2 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Yhdistelykertoimet kuormalle q_{k1}

$$\psi_{1.0} := \begin{cases} 0.7 & \text{if } KL_1 = 1 \\ 0.7 & \text{if } KL_1 = 2 \\ 0.7 & \text{if } KL_1 = 3 \\ 0.7 & \text{if } KL_1 = 4 \\ 1.0 & \text{if } KL_1 = 5 \\ 0.7 & \text{if } KL_1 = 6 \\ 0.7 & \text{if } KL_1 = 7 \\ 0 & \text{if } KL_1 = 8 \\ 0.7 & \text{if } KL_1 = 9 \\ 0.7 & \text{if } KL_1 = 10 \\ 0.7 & \text{if } KL_1 = 11 \\ 0 & \text{if } KL_1 = 12 \end{cases}$$

Yhdistelykertoimet kuormalle q_{k2}

$$\psi_{2.0} := \begin{cases} 0.5 & \text{if } KL_2 = 1 \\ 0.5 & \text{if } KL_2 = 2 \\ 0.7 & \text{if } KL_2 = 3 \\ 0.7 & \text{if } KL_2 = 4 \\ 0.9 & \text{if } KL_2 = 5 \\ 0.7 & \text{if } KL_2 = 6 \\ 0.5 & \text{if } KL_2 = 7 \\ 0 & \text{if } KL_2 = 8 \\ 0.4 & \text{if } KL_2 = 9 \\ 0.5 & \text{if } KL_2 = 10 \\ 0.3 & \text{if } KL_2 = 11 \\ 0 & \text{if } KL_2 = 12 \end{cases}$$

Yhdistelykertoimet kuormalle q_{k3}

$$\psi_{3,0} := \begin{cases} 0.3 & \text{if } KL_3 = 1 \\ 0.3 & \text{if } KL_3 = 2 \\ 0.3 & \text{if } KL_3 = 3 \\ 0.6 & \text{if } KL_3 = 4 \\ 0.8 & \text{if } KL_3 = 5 \\ 0.6 & \text{if } KL_3 = 6 \\ 0.3 & \text{if } KL_3 = 7 \\ 0 & \text{if } KL_3 = 8 \\ 0.2 & \text{if } KL_3 = 9 \\ 0.2 & \text{if } KL_3 = 10 \\ 0 & \text{if } KL_3 = 11 \\ 0 & \text{if } KL_3 = 12 \end{cases}$$

$$\psi := \begin{pmatrix} \text{"}\psi\text{"} & \text{"}\psi_{3,0}\text{"} \\ \text{"}q_{k1}\text{"} & \psi_{1,0} \\ \text{"}q_{k2}\text{"} & \psi_{2,0} \\ \text{"}q_{k3}\text{"} & \psi_{3,0} \end{pmatrix}$$

$$\psi = \begin{pmatrix} \text{"}\psi\text{"} & \text{"}\psi_{3,0}\text{"} \\ \text{"}q_{k1}\text{"} & 0.7 \\ \text{"}q_{k2}\text{"} & 0.5 \\ \text{"}q_{k3}\text{"} & 0.3 \end{pmatrix}$$

$$g_{k1} := g_{k1} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 7 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$g_{k2} := g_{k2} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 6 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$g_{k3} := g_{k3} \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 5 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

Murtorajatilan kuormayhdistelmä

$$p := \max \left[1.15 \cdot K_{FI} \cdot g_{op} + 0.9g_{k1} + 0.9g_{k2} + 0.9g_{k3} + 1.5 \cdot K_{FI} \cdot (q_{k1} + \psi_{2,0} \cdot q_{k2} + \psi_{3,0} \cdot q_{k3}) \right], 1.3!$$

Tarkastettava	Vaatus	Toteutuma
Sivumitta/paksuus	$5 \cdot h = 1.35 \text{ m}$	$\min(a, b) = 4.9 \text{ m}$
$t + 10 < c_{\text{nom}}$	$\max(t_x, t_y) + 10\text{mm} = 0.022 \text{ m}$	$c_{\text{nom}} = 0.03 \text{ m}$
$c_{\text{nom}} < \frac{h}{2}$	$\frac{h}{2} = 0.135 \text{ m}$	$c_{\text{nom}} = 0.03 \text{ m}$
Vetoraidoituksen $\frac{x_u}{d}$	$\begin{cases} 0.25 & \text{if } f_{\text{ck}} \leq 50\text{MPa} \\ 0.15 & \text{if } f_{\text{ck}} \geq 55\text{MPa} \end{cases} = 0.25$	$\max\left(\frac{\beta_x}{\lambda_1}, \frac{\beta_y}{\lambda_1}\right) = 0.071$
Tukimomentin suhde kenttämomenttiin	$0 \vee 0.5.. 2$	$\mu_{\text{tuki1}} = 1.735$ $\mu_{\text{tuki3}} = 0$ $\mu_{\text{tuki2}} = 0$ $\mu_{\text{tuki4}} = 0$
Minimiraudoitus $A_{s,\text{min}} < A_s$	$A_{s,\text{min}} = 361.92 \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$	$\min(A_{s,x}, A_{s,y}) = 565.487 \cdot \frac{\text{mm}^2}{\text{m}}$
Maksimi tankoväli $< \min(2 \cdot h, 250\text{mm})$	$\min(2 \cdot h, 250\text{mm}) = 0.25 \text{ m}$	$\max(k_x, k_y) = 0.2 \text{ m}$

Laatan sivumitat täyttävät vaatimuksen EC 5.3.1

Betonipeitteen vähimmäisarvo täyttää vaatimuksen EC 4.4.1.1

Betonipeitteen vähimmäisarvo täyttää vaatimuksen

Vetoraidoitus täyttää vaatimuksen EC 5.6.2

Tukimomentin suhde kenttämomenttiin X-akselin suunnassa täyttää vaatimuksen

EC 5.6.2

Tukimomentin suhde kenttämomenttiin Y-akselin suunnassa täyttää vaatimuksen

EC 5.6.2

Laatan raudoitus täyttää vaatimuksen EC 9.2.1.1

Laatan pääraudoitus täyttää tankovälin vaatimuksen

EC 9.3.1.1 (KL)

Lopputulos

$$\text{Murtorajatilan kuorma [kN/m}^2\text{]} \quad p = 31.421 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Myötökuorma [kN/m}^2\text{]} \quad p_u = 73.59 \cdot \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Käyttöaste [\%]} \quad \frac{p}{p_u} \cdot 100 = 42.697$$

Laatta kestää kuormituksen

LAATTA

$$a = 7.9 \text{ m}$$

$$b = 4.9 \text{ m}$$

$$x_0 := 0$$

$$y_0 := 0$$

$$x_1 := x_0 + a = 7.9 \text{ m}$$

$$y_1 := y_0 = 0$$

$$x_2 := x_1 = 7.9 \text{ m}$$

$$y_2 := y_1 + b = 4.9 \text{ m}$$

$$x_3 := x_0 = 0 \text{ m}$$

$$y_3 := y_1 + b = 4.9 \text{ m}$$

$$x_4 := x_0 = 0 \text{ m}$$

$$y_4 := y_0 = 0 \text{ m}$$

$$\text{xdata} := \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

$$\text{ydata} := \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix}$$

AUKKO

$$\alpha_a = 2 \text{ m}$$

$$\beta_a = 2 \text{ m}$$

$$x_{r_0} := \frac{a}{2} - \frac{\alpha_a}{2} = 2.95 \text{ m}$$

$$y_{r_0} := \frac{b}{2} - \frac{\beta_a}{2} = 1.45 \text{ m}$$

$$x_{r_1} := x_{r_0} + \alpha_a = 4.95 \text{ m}$$

$$y_{r_1} := y_{r_0} = 1.45 \text{ m}$$

$$x_{r_2} := x_{r_1} = 4.95 \text{ m}$$

$$y_{r_2} := y_{r_1} + \beta_a = 3.45 \text{ m}$$

$$x_{r_3} := x_{r_0} = 2.95 \text{ m}$$

$$y_{r_3} := y_{r_1} + \beta_a = 3.45 \text{ m}$$

$$x_{r_4} := x_{r_0} = 2.95 \text{ m}$$

$$y_{r_4} := y_{r_0} = 1.45 \text{ m}$$

$$\text{xr} := \begin{pmatrix} x_{r_0} \\ x_{r_1} \\ x_{r_2} \\ x_{r_3} \\ x_{r_4} \end{pmatrix}$$

$$\text{yr} := \begin{pmatrix} y_{r_0} \\ y_{r_1} \\ y_{r_2} \\ y_{r_3} \\ y_{r_4} \end{pmatrix}$$

MÖTÖVIIVAT

$$xm_1 := x_1 = 7.9 \text{ m}$$

$$ym_1 := y_1 = 0 \text{ m}$$

$$xm_2 := xr_1 = 4.95 \text{ m}$$

$$ym_2 := yr_1 = 1.45 \text{ m}$$

$$x1 := \begin{pmatrix} xm_1 \\ xm_2 \end{pmatrix} \quad y1 := \begin{pmatrix} ym_1 \\ ym_2 \end{pmatrix}$$

$$xm_3 := x_2 = 7.9 \text{ m}$$

$$ym_3 := y_2 = 4.9 \text{ m}$$

$$xm_4 := xr_2 = 4.95 \text{ m}$$

$$ym_4 := yr_2 = 3.45 \text{ m}$$

$$x2 := \begin{pmatrix} xm_3 \\ xm_4 \end{pmatrix} \quad y2 := \begin{pmatrix} ym_3 \\ ym_4 \end{pmatrix}$$

$$xm_5 := x_3 = 0 \text{ m}$$

$$ym_5 := y_3 = 4.9 \text{ m}$$

$$xm_6 := xr_3 = 2.95 \text{ m}$$

$$ym_6 := yr_3 = 3.45 \text{ m}$$

$$x3 := \begin{pmatrix} xm_5 \\ xm_6 \end{pmatrix} \quad y3 := \begin{pmatrix} ym_5 \\ ym_6 \end{pmatrix}$$

$$xm_7 := x_4 = 0 \text{ m}$$

$$ym_7 := y_4 = 0 \text{ m}$$

$$xm_8 := xr_4 = 2.95 \text{ m}$$

$$ym_8 := yr_4 = 1.45 \text{ m}$$

$$x4 := \begin{pmatrix} xm_7 \\ xm_8 \end{pmatrix} \quad y4 := \begin{pmatrix} ym_7 \\ ym_8 \end{pmatrix}$$

TUET

$$x_{t_1} := \begin{cases} x_4 & \text{if Tuki}_a = 2 & = 0 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_a = 1 \end{cases} \quad y_{t_1} := \begin{cases} y_4 & \text{if Tuki}_a = 2 & = 0 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_a = 1 \end{cases}$$

$$x_{t_2} := \begin{cases} x_1 & \text{if Tuki}_a = 2 & = 7.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_a = 1 \end{cases} \quad y_{t_2} := \begin{cases} y_1 & \text{if Tuki}_a = 2 & = 0 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_a = 1 \end{cases}$$

$$x5 := \begin{pmatrix} x_{t_1} \\ x_{t_2} \end{pmatrix} \quad y5 := \begin{pmatrix} y_{t_1} \\ y_{t_2} \end{pmatrix}$$

$$x_{t_3} := \begin{cases} x_1 & \text{if Tuki}_b = 2 & = 7.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_b = 1 \end{cases} \quad y_{t_3} := \begin{cases} y_1 & \text{if Tuki}_b = 2 & = 0 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_b = 1 \end{cases}$$

$$x_{t_4} := \begin{cases} x_2 & \text{if Tuki}_b = 2 & = 7.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_b = 1 \end{cases} \quad y_{t_4} := \begin{cases} y_2 & \text{if Tuki}_b = 2 & = 4.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_b = 1 \end{cases}$$

$$x6 := \begin{pmatrix} x_{t_3} \\ x_{t_4} \end{pmatrix} \quad y6 := \begin{pmatrix} y_{t_3} \\ y_{t_4} \end{pmatrix}$$

$$x_{t_5} := \begin{cases} x_2 & \text{if Tuki}_c = 2 & = 7.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_c = 1 \end{cases} \quad y_{t_5} := \begin{cases} y_2 & \text{if Tuki}_c = 2 & = 4.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_c = 1 \end{cases}$$

$$x_{t_6} := \begin{cases} x_3 & \text{if Tuki}_c = 2 & = 0 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_c = 1 \end{cases} \quad y_{t_6} := \begin{cases} y_3 & \text{if Tuki}_c = 2 & = 4.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_c = 1 \end{cases}$$

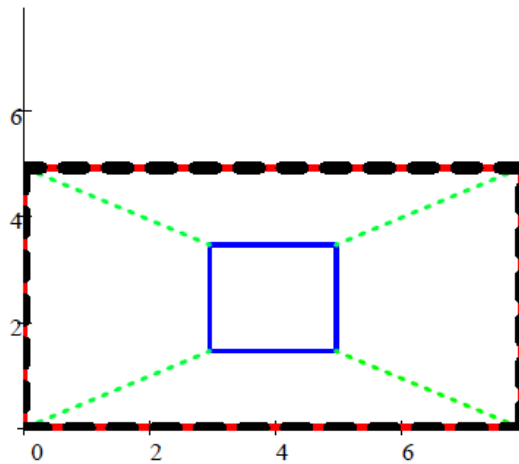
$$x7 := \begin{pmatrix} x_{t_5} \\ x_{t_6} \end{pmatrix} \quad y7 := \begin{pmatrix} y_{t_5} \\ y_{t_6} \end{pmatrix}$$

$$x_{t_7} := \begin{cases} x_3 & \text{if Tuki}_d = 2 & = 0 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_d = 1 \end{cases} \quad y_{t_7} := \begin{cases} y_3 & \text{if Tuki}_d = 2 & = 4.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_d = 1 \end{cases}$$

$$x_{t_8} := \begin{cases} x_4 & \text{if Tuki}_d = 2 \\ 0 & \text{if Tuki}_d = 1 \end{cases} = 0 \text{ m} \quad y_{t_8} := \begin{cases} y_4 & \text{if Tuki}_d = 2 \\ 0 & \text{if Tuki}_d = 1 \end{cases} = 0 \text{ m}$$

$$x_8 := \begin{pmatrix} x_{t_7} \\ x_{t_8} \end{pmatrix} \quad y_8 := \begin{pmatrix} y_{t_7} \\ y_{t_8} \end{pmatrix}$$

$$\text{mitta} := \max(a, b) = 7.9 \text{ m}$$



LAATTA

$$a = 7.9 \text{ m}$$

$$b = 4.9 \text{ m}$$

$$x_0 := 0$$

$$y_0 := b = 4.9 \text{ m}$$

$$x_1 := x_0 + a = 7.9 \text{ m}$$

$$y_1 := y_0 = 4.9 \text{ m}$$

$$x_2 := x_1 = 7.9 \text{ m}$$

$$y_2 := y_1 - b = 0 \text{ m}$$

$$x_3 := x_0 = 0 \text{ m}$$

$$y_3 := y_1 - b = 0 \text{ m}$$

$$x_4 := x_0 = 0 \text{ m}$$

$$y_4 := y_0 = 4.9 \text{ m}$$

$$\text{xdata} := \begin{pmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \quad \text{ydata} := \begin{pmatrix} y_0 \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{pmatrix}$$

REIKÄ

$$\alpha_a = 2 \text{ m}$$

$$\beta_a = 2 \text{ m}$$

$$x_{r_0} := a = 7.9 \text{ m}$$

$$y_{r_0} := b = 4.9 \text{ m}$$

$$x_{r_1} := x_{r_0} - \alpha_a = 5.9 \text{ m}$$

$$y_{r_1} := y_{r_0} = 4.9 \text{ m}$$

$$x_{r_2} := x_{r_1} = 5.9 \text{ m}$$

$$y_{r_2} := y_{r_1} - \beta_a = 2.9 \text{ m}$$

$$x_{r_3} := x_{r_0} = 7.9 \text{ m}$$

$$y_{r_3} := y_{r_1} - \beta_a = 2.9 \text{ m}$$

$$x_{r_4} := x_{r_0} = 7.9 \text{ m}$$

$$y_{r_4} := y_{r_0} = 4.9 \text{ m}$$

$$\text{xr} := \begin{pmatrix} x_{r_0} \\ x_{r_1} \\ x_{r_2} \\ x_{r_3} \\ x_{r_4} \end{pmatrix} \quad \text{yr} := \begin{pmatrix} y_{r_0} \\ y_{r_1} \\ y_{r_2} \\ y_{r_3} \\ y_{r_4} \end{pmatrix}$$

MÖTÖVIIVA

$$x_{m_1} := x_{r_2} = 5.9 \text{ m}$$

$$y_{m_1} := y_{r_2} = 2.9 \text{ m}$$

$$x_{m_2} := a - a \cdot \xi_2 = 5.322 \text{ m}$$

$$y_{m_2} := b - b \cdot \eta = 2.55 \text{ m}$$

$$x1 := \begin{pmatrix} xm_1 \\ xm_2 \end{pmatrix} \quad y1 := \begin{pmatrix} ym_1 \\ ym_2 \end{pmatrix}$$

$$xm_3 := x_2 = 7.9 \text{ m} \quad ym_3 := y_2 = 0 \text{ m}$$

$$xm_4 := a - a \cdot \xi_2 = 5.322 \text{ m} \quad ym_4 := b - b \cdot \eta = 2.55 \text{ m}$$

$$x2 := \begin{pmatrix} xm_3 \\ xm_4 \end{pmatrix} \quad y2 := \begin{pmatrix} ym_3 \\ ym_4 \end{pmatrix}$$

$$xm_5 := x_3 = 0 \text{ m} \quad ym_5 := y_3 = 0 \text{ m}$$

$$xm_6 := a \cdot \xi_1 = 3.132 \text{ m} \quad ym_6 := b - b \cdot \eta = 2.55 \text{ m}$$

$$x3 := \begin{pmatrix} xm_5 \\ xm_6 \end{pmatrix} \quad y3 := \begin{pmatrix} ym_5 \\ ym_6 \end{pmatrix}$$

$$xm_7 := x_4 = 0 \text{ m} \quad ym_7 := y_4 = 4.9 \text{ m}$$

$$xm_8 := a \cdot \xi_1 = 3.132 \text{ m} \quad ym_8 := b - b \cdot \eta = 2.55 \text{ m}$$

$$x4 := \begin{pmatrix} xm_7 \\ xm_8 \end{pmatrix} \quad y4 := \begin{pmatrix} ym_7 \\ ym_8 \end{pmatrix}$$

$$xm_9 := a - a \cdot \xi_2 = 5.322 \text{ m} \quad ym_9 := b - b \cdot \eta = 2.55 \text{ m}$$

$$xm_{10} := a \cdot \xi_1 = 3.132 \text{ m} \quad ym_{10} := b - b \cdot \eta = 2.55 \text{ m}$$

$$x5 := \begin{pmatrix} xm_9 \\ xm_{10} \end{pmatrix} \quad y5 := \begin{pmatrix} ym_9 \\ ym_{10} \end{pmatrix}$$

TUET

$$xt_1 := \begin{cases} x_4 & \text{if Tuki}_a = 2 & = 0 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_a = 1 \end{cases} \quad yt_1 := \begin{cases} y_4 & \text{if Tuki}_a = 2 & = 4.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_a = 1 \end{cases}$$

$$xt_2 := \begin{cases} x_1 & \text{if Tuki}_a = 2 & = 7.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_a = 1 \end{cases} \quad yt_2 := \begin{cases} y_1 & \text{if Tuki}_a = 2 & = 4.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_a = 1 \end{cases}$$

$$x6 := \begin{pmatrix} xt_1 \\ xt_2 \end{pmatrix} \quad y6 := \begin{pmatrix} yt_1 \\ yt_2 \end{pmatrix}$$

$$xt_3 := \begin{cases} x_1 & \text{if Tuki}_b = 2 & = 7.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_b = 1 \end{cases} \quad yt_3 := \begin{cases} y_1 & \text{if Tuki}_b = 2 & = 4.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_b = 1 \end{cases}$$

$$xt_4 := \begin{cases} x_2 & \text{if Tuki}_b = 2 & = 7.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_b = 1 \end{cases} \quad yt_4 := \begin{cases} y_2 & \text{if Tuki}_b = 2 & = 0 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_b = 1 \end{cases}$$

$$x7 := \begin{pmatrix} xt_3 \\ xt_4 \end{pmatrix} \quad y7 := \begin{pmatrix} yt_3 \\ yt_4 \end{pmatrix}$$

$$xt_5 := \begin{cases} x_2 & \text{if Tuki}_c = 2 & = 7.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_c = 1 \end{cases} \quad yt_5 := \begin{cases} y_2 & \text{if Tuki}_c = 2 & = 0 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_c = 1 \end{cases}$$

$$xt_6 := \begin{cases} x_3 & \text{if Tuki}_c = 2 & = 0 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_c = 1 \end{cases} \quad yt_6 := \begin{cases} y_3 & \text{if Tuki}_c = 2 & = 0 \text{ m} \\ 0 & \text{if Tuki}_c = 1 \end{cases}$$

$$x8 := \begin{pmatrix} xt_5 \\ xt_6 \end{pmatrix} \quad y8 := \begin{pmatrix} yt_5 \\ yt_6 \end{pmatrix}$$

$$x_{t_7} := \begin{cases} x_3 & \text{if } Tuki_d = 2 = 0 \text{ m} \\ 0 & \text{if } Tuki_d = 1 \end{cases} \quad y_{t_7} := \begin{cases} y_3 & \text{if } Tuki_d = 2 = 0 \text{ m} \\ 0 & \text{if } Tuki_d = 1 \end{cases}$$

$$x_{t_8} := \begin{cases} x_4 & \text{if } Tuki_d = 2 = 0 \text{ m} \\ 0 & \text{if } Tuki_d = 1 \end{cases} \quad y_{t_8} := \begin{cases} y_4 & \text{if } Tuki_d = 2 = 4.9 \text{ m} \\ 0 & \text{if } Tuki_d = 1 \end{cases}$$

$$x_9 := \begin{pmatrix} x_{t_7} \\ x_{t_8} \end{pmatrix} \quad y_9 := \begin{pmatrix} y_{t_7} \\ y_{t_8} \end{pmatrix}$$

$$\underline{\underline{mitta}} := \max(a, b) = 7.9 \text{ m}$$

